【中１数学】文字の式

まなびの学園

http://www.manabino-academy.com

目次

1　文字式の表し方

数の代わりに文字を使って表した式のことを**文字式**といいます。

例えば、「2×3」という式は数のみの式ですが、この式の「3」の代わりに文字「a」（通常、文字にはアルファベットが用いられます。）を使うと「$2 \times a$」となり、これが文字式になります。

文字式の表し方には様々なルールがあるので、そのルールについてまず学習をしていきます。

1.1　文字式の文字の書き方

文字式に文字を利用する場合、書き方によっては数と見間違えてしまったり、そのことが原因で読み間違えや書き間違え、そして、計算ミスにつながってしまうことがあります。

そこで、そのようなミスをなくすために、文字の書き方についてのアドバイスをしたいと思います。

① 0 と o と O
「0」を縦の長丸、「o」を小さ目の丸、「O」を大き目の丸のようにして区別します。また、これでも見分けがつきにくい場合は、「o」を筆記体を利用して書くようにします。

② 1 と l
「l」を筆記体を利用して書くようにします。

③ 2 と z
「z」のななめのラインと交差するように線を書いた形で「z」を表すことによって、「2」と明確な区別ができるようになります。

④ 6 と b
「6」と「b」は書き順（書き方）が異なるので、しっかり書けば区別はできると思いますが、見分けがつきにくい場合は、「b」を筆記体を利用して書くことで、「6」と区別します。ただし、「b」の筆記体と「f」の筆記体は似ているので注意が必要です。

⑤ 9 と q
「q」を筆記体を利用して書くようにします。

⑥ $\times$ と x
乗法の記号「×」と「x」も見分けがつきにくいので、「x」を筆記体で書くことによって区別をします。ただし、中学や高校の数学の範囲では特に扱うことがないのでそれほど心配する必要はありませんが、筆記体の「x」とギリシャ文字「χ（カイ）」が似ているので、「x」を丸括弧を順番を逆にして横に並べることで表す書き方もあります。

必ずこのように書かなければいけないということではありませんので、ミスをしないようにするために、ここで説明したことを参考にしながら自分なりに工夫をしてみてください。

1.2 文字式の表し方①（乗法の記号「×」を省く）

文字式では、乗法の記号である「×」を省きます。ただし、「2×3」のような数のみの式は、文字式ではないので、

$$2 \times 3 \longrightarrow 23$$

のようにして「×」を省略することはできません。

【例題 1 − 2】

次の式を、文字式の表し方にしたがって書きなさい。

(1) $3 \times a$　(2) $0.3 \times b$　(3) $\dfrac{3}{4} \times c$　(4) $(-3) \times d$

＜解説＞

それぞれの式の乗法の記号「×」を省くと

(1) $3a$　(2) $0.3b$　(3) $\dfrac{3}{4}c$　(4) $-3d$

のようになります。(3) の式は、分数の掛け算、つまり、分子を掛け算したと考えて、

$$\frac{3}{4} \times c = \frac{3 \times c}{4} = \frac{3c}{4}$$

のように表すこともできます。

また、(4) の式では、式のはじめにあるかっこは省略することができたので、

$$(-3) \times d = -3 \times d$$

としても問題ありません。なくてもいいものをわざわざ残しておく必要もないので、

$$(-3) \times d \longrightarrow -3 \times d \longrightarrow -3d$$

のようにして、文字式では「×」だけでなく、このようなかっこも残さずに省略するのが普通です。

1.3 文字式の表し方②（数と文字の積は、数、文字の順に書く）

乗法のみの式では、「乗法の交換法則」が成り立つので、掛け算の順序を入れかえても問題ありません。そこで、数と文字の積で表されるような文字式では、掛け算の順序を入れかえて、必ず数、文字の順になるようにします。

【例題 1 − 3】

次の式を、文字式の表し方にしたがって書きなさい。

(1) $a \times 0.2$　　(2) $b \times \left(-\frac{3}{4}\right)$

＜解説＞

乗法の交換法則を利用して、数、文字の順になるように順序を入れかえます。すると、それぞれの式は次のように表すことができます。

(1) $0.2 \times a$　　(2) $-\frac{3}{4} \times b$

このとき、(2) の式では、負の数のはじめのかっこは省略しておきます。

さらに、乗法の記号「×」は省くので、

(1) $0.2a$　　(2) $-\frac{3}{4}b$

1.4　文字式の表し方③（2 つ以上の文字の積は、基本的にアルファベット順に書く）

2 つ以上の文字の積で表されるような文字式では、「乗法の交換法則」を利用して、基本的に文字の部分がアルファベット順になるように書きます。ただし、必ずしもこのアルファベット順でなければいけないということではありません。他の順になっていても間違いではありませんが、教科書や問題集などの解答や解説でも必ずと言っていいほどこのアルファベット順で書かれています。また、アルファベット順で書く癖をつけて慣れておくほうが、余計なことに注意をはらわなくてもよくなり、ミスなどを防ぐことにもつながるので、アルファベット順で書くようにしてください。

【例題 1 − 4】

次の式を、文字式の表し方にしたがって書きなさい。

(1) $b \times a \times 3.5$　　(2) $f \times 2 \times c$

＜解説＞

まず、数がある場合には数を先頭にし、数、文字の順になるようにします。そのとき、文字の部分は

a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z

の順になるようにするので、

(1) $3.5 \times a \times b$　　(2) $2 \times c \times f$

さらに、乗法の記号「×」を省くと次のようになります。

(1) $3.5ab$　　(2) $2cf$

1.5　文字式の表し方④（1 と文字の積は 1 を省く）

次のような式では、1 を掛けても掛けられても数の大きさは変わりません。

$1 \times 3 = 3 \qquad 7 \times 1 = 7$

そのことから、「1×」や「×1」をなくしても意味は変わらないので、1 と文字の積で表される文字式の場合、1 を省きます。

【例題 1 − 5】

次の式を、文字式の表し方にしたがって書きなさい。

(1) $a \times 1$　　(2) $(-1) \times b$　　(3) $0.1 \times c$

＜解説＞

(1) 数字、文字の順に直すと、

$1 \times a$

となり、乗法の記号「×」を省くと、

$1a$

普通はこれで終わりですが、1 の場合は省略されて、

$a \times 1 \longrightarrow 1 \times a \longrightarrow 1a \longrightarrow a$

(2) 乗法の記号「×」を省くと、

$-1b$

このときの 1 も省略されて

$(-1) \times b \longrightarrow -1b \longrightarrow -b$

(3) 乗法の記号「×」を省くと、

$0.1c$

今までの流れだと、この 1 も省略されて、

$0.c$

と表したくなりますが、このような表し方はしません。つまり、

$0.1 \times c \longrightarrow 0.1c$

です。整数の 1 または −1 を掛けたときの「1」だけ省略されるので、その点に注意をしてください。

1.6 文字式の表し方⑤（同じ文字の積は、2 つ以上並べて書かないで累乗の形に書く）

同じ文字の積は、2 つ以上並べて書かないで、指数を用いて累乗の形に書きます。

【例題 1 − 6】

次の式を、文字式の表し方にしたがってかきなさい。

(1) $c \times d \times d$　　(2) $x \times x \times y \times y$　　(3) $a \times b \times \dfrac{5}{6} \times b$

＜解説＞

(1) 乗法の結合法則を利用すると、

$$c \times d \times d = c \times (d \times d)$$

となります。このとき、「$d \times d$」は「d」2 つの積であるので、指数を用いて

$$d \times d = d^2$$

と表せます。このことから、

$$c \times d \times d = c \times d^2$$

さらに、乗法の記号「×」は省略するので、

$$c \times d \times d \longrightarrow c \times d^2 \longrightarrow cd^2$$

(2) （1）と同様に、

$$x \times x \times y \times y = (x \times x) \times (y \times y)$$

と乗法の結合法則を利用します。そして、「$x \times x$」と「$y \times y$」はそれぞれ、「x」と「y」の 2 つの積なので、

$$x \times x = x^2, \qquad y \times y = y^2$$

と累乗の形で表せます。このことから、

$$x \times x \times y \times y = x^2 \times y^2$$

となり、さらに乗法の記号「×」を省略して

$$x \times x \times y \times y \longrightarrow x^2 \times y^2 \longrightarrow x^2y^2$$

(3) まずは、乗法の交換法則を利用して数、文字の順にあるようにし、さらに、文字部分はアルファベット順になるようにします。

$$a \times b \times \frac{5}{6} \times b \longrightarrow \frac{5}{6} \times a \times b \times b$$

次に、「$b \times b$」は「b^2」と、指数を用いて累乗の形にします。

$$\frac{5}{6} \times a \times b \times b \longrightarrow \frac{5}{6} \times a \times b^2$$

最後に、乗法の記号「×」を省略して、

$$\frac{5}{6} \times a \times b^2 \longrightarrow \frac{5}{6}ab^2$$

と表せます。また、分数を含む式の場合は、

$$\frac{5}{6} \times a \times b \times b \longrightarrow \frac{5 \times a \times b \times b}{6}$$

のように考えて、「$\frac{5ab^2}{6}$」のように表しても問題ありません。

1.7 文字式の表し方⑥（除法は「÷」の記号を使わないで、分数の形で書く）

文字式では、乗法の記号「×」は省略する決まりでしたが、除法の記号「÷」も使わずに、分数の形で書きます。「$2 \div 3$」のような除法の式では、

$$2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

のように分数で表すことができましたが、分子と分母を逆にしてしまう間違いをしないために、次のような考え方で分数にします。

分数は日付を表すときのように、

$$\frac{2}{3} \longrightarrow 2/3$$

のようにして表すこともあります。そこで、

$$2 \div 3 \longrightarrow 2/3$$

のようになると考えます。このことから、

$$\div \longrightarrow /$$

と置き換えれば、除法を分子と分母を間違えることなく分数に表すことができます。

また、除法を乗法になおすことで分数の形に表すこともできます。

$$2 \div 3 = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

このとき、文字であった場合でも、逆数は分子と分母を逆にして

$$a \text{ の逆数} \longrightarrow \frac{1}{a}$$

のようにすれば問題ありません。つまり、

$$\boxed{} \text{ の逆数} \longrightarrow \frac{1}{\boxed{}}$$

という関係になることも覚えておきましょう。

【例題 1 − 7】

次の式を、文字式の表し方にしたがってかきなさい。

(1) $a \div 4$ (2) $1 \div x$ (3) $(-1) \div y$ (4) $p \div 5 \div q$

<解説>

(1) まず、1 つ目の方法では

$$a \div 4 \longrightarrow a/4 \longrightarrow \frac{a}{4}$$

とできます。また、除法を乗法に直す方法では

$$a \div 4 = a \times \frac{1}{4}$$

と表すことができるので、ここから文字式の表し方にしたがって、数、文字の順で乗法の記号「×」を省くと、

$$\frac{1}{4}a \quad \text{または} \quad \frac{a}{4}$$

と表せます。

(2) （1）と同じようにして

$$1 \div x \longrightarrow 1/x \longrightarrow \frac{1}{x}$$

または、除法を乗法に直して

$$1 \div x = 1 \times \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$

(3) （1）と同じようにして

$$(-1) \div y \longrightarrow -(1 \div y) \longrightarrow -(1/y) \longrightarrow -\frac{1}{y}$$

または、除法を乗法に直して

$$\begin{aligned}(-1) \div y &= (-1) \times \frac{1}{y} \\ &= -\left(1 \times \frac{1}{y}\right) = -\frac{1}{y}\end{aligned}$$

(4) 除法が 2 つ以上ある場合、

$$\div \longrightarrow /$$

と置き換える方法では、

$$p \div 5 \div q \longrightarrow p/5/q$$

となり、どのようにして分数にすればいいのかわからなくなってしまいます。そのため、このような場合には除法を乗法にする方法を使います。つまり、

$$p \div 5 \div q = p \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{q}$$

のように変形することができるので、文字式の表し方にしたがって、

$$\begin{aligned}p \div 5 \div q &= p \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{q} \\ &= \frac{p \times 1 \times 1}{5 \times q} = \frac{p}{5q}\end{aligned}$$

1.8 文字式の表し方⑦（かっこのついた式との積や商の場合も「×」や「÷」の記号を省く）

文字式では、数と文字との積や商の場合、乗法の記号「×」を省き、除法は「÷」の記号を使わないで分数にしましたが、かっこのついた式と、数や文字との乗法や除法でも同じように、乗法の記号「×」を省き、除法は「÷」の記号を使わないで分数にします。

【例題1－8】

次の式を、文字式の表し方にしたがって書きなさい。

(1) $(a+b)\times 2$　(2) $(b+c)\times a$　(3) $(a+b)\div c$　(4) $a\div(b+c)$

＜解説＞

(1) （　　）のついた式であっても、数、文字の順にし、乗法の記号「×」を省いて

$$(a+b)\times 2 \longrightarrow 2\times(a+b) \longrightarrow 2(a+b)$$

(2) この式では数を含まないので、乗法の記号「×」を省けばよく、

$$(b+c)\times a = (b+c)a$$

また、文字をアルファベット順にすることにこだわれば、乗法の交換法則を利用して

$$(b+c)\times a \longrightarrow a\times(b+c) \longrightarrow a(b+c)$$

と表すこともできます。どちらで表してもいいとは思いますが、アルファベット順で表す習慣をつけるためにも、

$$(b+c)\times a = a(b+c)$$

と表すようにしておきましょう。

(3) 「÷」を「/」にすることにより、除法を分数にすると

$$(a+b)\div c \longrightarrow (a+b)/c \longrightarrow \frac{(a+b)}{c}$$

とできます。これでもいいですが、普通は分子のかっこはなくして

$$(a+b)\div c \longrightarrow \frac{a+b}{c}$$

と表します。かっこは「ひとまとまり」であることをわかるようにするものですが、分数を表すための横棒によって、どこまでがひとまとまりであるかは判断できるので、かっこをなくすことができます。

これとは逆に $\frac{a+b}{c}$ を、× や ÷ を使って表す場合には今と逆の手順で行いますが、

$$\frac{a+b}{c} \longrightarrow a+b\div c$$

とすると間違いになってしまいます。分子の $a+b$ はひとまとまりであるので、必ずかっこをつけて

$$\frac{a+b}{c} \longrightarrow (a+b)/c \longrightarrow (a+b)\div c$$

となるので、注意をしてください。

また、除法を乗法を使って表す方法でも、文字式の表し方にしたがって

$$\begin{aligned}(a+b)\div c &= (a+b)\times\frac{1}{c}\\ &= \frac{(a+b)\times 1}{c} = \frac{a+b}{c}\end{aligned}$$

(4) 「÷」を「/」にすることにより、

$$a\div(b+c) \longrightarrow a/(b+c) \longrightarrow \frac{a}{(b+c)} \longrightarrow \frac{a}{b+c}$$

とできます。先程と同じように、分数を表す横棒によってどこまでがひとまとまりか判断できるので、分母のかっこはなくすことができます。

また、除法を乗法を使って表す方法でも、文字式の表し方にしたがって

$$\begin{aligned}a\div(b+c) &= a\times\frac{1}{b+c}\\ &= \frac{a\times 1}{b+c} = \frac{a}{b+c}\end{aligned}$$

2　文字を使った式

2.1　数量を式で表す

具体的な数での考え方を文字に置き換えることで、文字で表された式でも同じようにして考えることができます。そのため、文字の式での表し方に困ったら、具体的な数の場合をあてはめて考えてみてください。

また、数量を式で表す場合、必ず単位をつける必要があります。例えば「たて 50 cm、横 0.2 m の長方形の面積を式で表しなさい。」という場合では、単位をそろえなければいけないので、

① 単位を「cm」にそろえる

$$0.2\,(\mathrm{m}) = 20\,(\mathrm{cm})$$

として、

$$(長方形の面積) = 50 \times 20\,(\mathrm{cm}^2)$$

② 単位を「m」にそろえる

$$50\,(\mathrm{cm}) = 0.5\,(\mathrm{m})$$

として、

$$(長方形の面積) = 0.5 \times 0.2\,(\mathrm{m}^2)$$

のように表すことができ、①, ②どちらの表し方でも問題ありません。しかし、単位をつけずに、

① $(長方形の面積) = 50 \times 20$　　② $(長方形の面積) = 0.5 \times 0.2$

と表したら、合っているのかどうかの判断が難しくなってしまいます。

このように、「数量を式で表す」場合には、求めるものの単位によって表し方が変わってしまうので、どの単位で表しているのかを明確に示すために、必ず単位をつける必要があります。

【例題 2 − 1】

次の数量を式で表しなさい。

(1) 80 円の切手を 5 枚買ったときの代金
(2) 80 円の切手を x 枚買ったときの代金
(3) 1 個 120 円のりんご 3 個と 1 個 60 円のみかん 4 個買ったときの代金
(4) 1 個 a 円のりんご 3 個と 1 個 b 円のみかん 4 個買ったときの代金
(5) たて 5 cm、横 7 cm の長方形の面積
(6) たて x cm、横 y cm の長方形の面積

＜解説＞

数量を式で表すので、計算して答えを求める必要はありません。

(1) 80 円の切手を 5 枚買ったときの代金なので、

$$80 \times 5\,(円)$$

(2) （1）で考えたように、80 円切手の代金は

$$80 \times (枚数)$$

という計算で求めることができます。つまり、「80 円切手 x 枚の代金」は

$$(80 円切手\ x\ 枚の代金) = 80 \times x\,(円)$$

という式で表せることになります。そして、これを文字式の表し方にしたがうと

$80x$（円）

(3) 1 個 120 円のりんご 3 個の代金と 1 個 60 円のみかん 4 個の代金はそれぞれ

(りんご 3 個の代金) $= 120 \times 3$（円）　　(みかん 4 個の代金) $= 60 \times 4$（円）

であるので、その合計を考えて、

$120 \times 3 + 60 \times 4$（円）

(4) （3）で考えたように、りんごやみかんの代金は

(1 個の代金) $\times$ (個数)

という計算で求めることができます。このことから、「a 円のりんご 3 個」と「b 円のみかん 4 個」の代金は

$a \times 3 + b \times 4$（円）

という式で表せることになります。これを文字式の表し方にしたがうと、

$3a + 4b$（円）

(5) 長方形の面積は

(長方形の面積) $=$ (たての長さ) $\times$ (横の長さ)

で求めることができるので、

5×7（cm^2）

(6) 長さが文字で表されていても、(5) と同じように長方形の面積が

(長方形の面積) $=$ (たての長さ) $\times$ (横の長さ)

であることには変わりはないので、

$x \times y$（cm^2）

という式で表せることになります。これを文字式の表し方にしたがうと、

xy（cm^2）

【演習 2 − 1】

次の数量を式で表しなさい。

(1) 1 分間に a m 走る自動車が 10 分間に走る道のり

(2) たて a cm、横 $b + 3$ (cm) の長方形の面積

(3) 十の位の数字が a、一の位の数字が b である数

2.2 式の値

式の中の文字を数で置き換えることを**代入する**といいます。このことは、

「文字の代わりに数を入れる」$\longrightarrow$「代入」

ということを考えるとイメージしやすいと思います。そして、代入する数のことを**文字の値**、代入して計算した結果を**式の値**といいます。

【例題 2 − 2】

$x=-2$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $x+3$　(2) $x-4$　(3) $4-x$　(4) $2x$

(5) $-\dfrac{8}{x}$　(6) x^2　(7) $-x^2$　(8) $(-x)^2$

＜解説＞

この例題では、x の文字の値が「-2」です。このことから、それぞれの式の「x」に「-2」を代入することで式の値を求めていきます。

(1)

$$x+3=(-2)+3=1$$

(2)

$$x-4=(-2)-4=-6$$

(3)

$$\begin{aligned}4-x&=4-(-2)\\&=4+2=6\end{aligned}$$

(4) 省略されている乗法の記号「×」に注意して、

$$\begin{aligned}2x&=2\times x\\&=2\times(-2)=-4\end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned}-\frac{8}{x}&=-\frac{8}{-2}\\&=+\frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}^{1}}=4\end{aligned}$$

(6) x の右上に「2」がついているので、

$$\begin{aligned}x^2&=(-2)^2\\&=(-2)\times(-2)=4\end{aligned}$$

(7) x の右上に「2」がついているので、

$$-x^2=-(-2)^2=-4$$

(8) かっこの右上に「2」がついているので、

$$\begin{aligned}(-x)^2&=\{-(-2)\}^2\\&=2^2=4\end{aligned}$$

【演習 2 − 2】

$a = 5,\ b = -3$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $a + b$　(2) $a - b$　(3) $a + 2b$　(4) $2a + 3b$

(5) $\dfrac{b}{a}$　(6) $\dfrac{2}{a} - \dfrac{1}{b}$　(7) $\dfrac{a-b}{a+b}$　(8) $a^2 - ab$

3　1次式の計算

3.1　1次式

「$-4x+12$」という式では、「$-4x$」と「12」の和とみることができるので、文字を含む式でも、

$-4x,\quad 12$

が式「$-4x+12$」の**項**になります。そして、文字を含んでいる式でも、加法や減法の記号「＋」、「－」の前に「/」を入れて式を区切ることで、

$-4x/+12 \longrightarrow$ 項：$-4x,\ 12$

のように項を判断することができます。

また、文字が1つ含まれている項のことを**1次の項**といいます。式「$-4x+12$」では、「$-4x$」が1次の項になります。さらに、文字が2つ含まれている項を「2次の項」、3つ含まれている項を「3次の項」

（例）2次の項：$ab,\ x^2$　　3次の項：$abc,\ x^3$

となっていきますが、この単元では、1次の項だけ、もしくは、1次の項と数の項だけの式について学習し、そのような式のことを**1次式**といいます。

（例）1次の項だけの式：$-4x$　　1次の項と数の項だけの式：$-4x+12$

そして、文字を含む項において、文字以外の部分を**係数**といいます。「係数」の「係」という文字には「掛ける」という意味があるので、「係数」とは

係数：文字に掛けられている数

と考えることができます。つまり、「$-4x$」という項では、省略されている乗法の記号「×」を使えば

$-4x \longrightarrow -4\times x$

と表されるので、文字「x」には「-4」という数が掛けられています。つまり、文字に掛けられている数は文字以外の部分になるので、係数は「-4」ということになります。

【例題3－1】

次の式の項をいいなさい。また、文字を含む項について、係数をいいなさい。

(1) $2-0.6x$　　(2) $\dfrac{x}{3}-5$　　(3) $x+1$　　(4) $3-x$

＜解説＞

(1) 項は加法や減法の記号「＋」,「－」の前に「/」を入れて式を区切って、

$2/-0.6x \longrightarrow$ 項：$2,\ -0.6x$

となり、文字を含む項は「$-0.6x$」です。その項について文字以外の部分を考えると、

係数：-0.6

(2) 同じように考えて、項は

$$\frac{x}{3} / -5 \longrightarrow \text{項}:\frac{x}{3},\ -5$$

文字を含む項は「$\frac{x}{3}$」なので、文字以外の部分を考えて、係数は、

$$\frac{}{3}$$

なんてことにはなりません。「係 <u>数</u>」というくらいなので、数でなくてはいけませんね。「$\frac{}{3}$」では意味のわからないものになってしまいます。「$\frac{x}{3}$」は

$$\frac{x}{3} \longrightarrow \frac{1x}{3} \ \left(= \frac{1}{3}x\right)$$

のように表すことができたので、この形で文字以外の部分を考えれば、係数は、

係数：$\frac{1}{3}$

ということになります。文字「x」に何が掛けられているかを考えれば、

$$\frac{x}{3} = \frac{1}{3} \times x$$

のように「$\frac{1}{3}$」が掛けられていて、「$\frac{}{3}$」が掛けられているわけではありません。そのことからも係数を正しく判断できるようにしてください。

(3) まず項は

$$x / +1 \longrightarrow \text{項}:x,\ 1$$

となります。そして、文字を含む項は「x」で、文字以外の部分は存在しないので、係数は「なし」としたくなるところですが、文字を含む式では「×1」は省略されました。つまり、文字を含む項「x」は、

$$1 \times x$$

となっていることになります。すると係数は、

係数：1

となるので、注意してください。

(4) 同じようにして、項は

$$3 / -x \longrightarrow \text{項}:3,\ -x$$

となります。次に係数を考えますが、(3) と同じように考えると、文字を含む項「$-x$」は、実際

$$-1 \times x$$

となっています。このことから係数は、

係数：-1

【演習３－１】

次の式の項をいいなさい。また、文字を含む項について、係数をいいなさい。

(1) $-4-2x$　(2) $-0.3x+4.2$　(3) $\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}$　(4) $3a-\frac{b}{5}$

3.2　1 次の項の加減

文字の部分が同じである項は、分配法則「$\bigcirc \times \square + \triangle \times \square = (\bigcirc + \triangle) \times \square$」を利用して、

$$\bigcirc \times x + \triangle \times x = (\bigcirc + \triangle) \times x$$

のようにして、係数部分を計算してまとめることができます。
この 1 次の項の計算は、

$$3\,円 + 5\,円 = (3 + 5)\,円 = 8\,円$$

のようにして、「円」のような単位がついているものを計算するような感覚です。

【例題 3 − 2】

次の式を簡単にしなさい。
(1) $-4x + 12x$　　(2) $-\dfrac{3}{4}x + x$

＜解説＞

(1) 分配法則を使いやすいように、省略されている乗法の記号「×」を使った式で表して考えてみます。

$$-4x + 12x \longrightarrow -4 \times x + 12 \times x$$

「$\times x$」が共通なので、分配法則を利用してそれをまとめると

$$-4\underline{\times x} + 12\underline{\times x} \longrightarrow (-4 + 12)\underline{\times x}$$

と変形することができ、このかっこの中を計算することにより、

$$-4x + 12x = (-4 + 12)x = 8x$$

(2) 文字式では 1 が省略されていることに注意して、分配法則を利用し、係数部分を計算します。

$$\begin{aligned} -\frac{3}{4}x + x &= \left(-\frac{3}{4} + 1\right)x \\ &= \left(-\frac{3}{4} + \frac{4}{4}\right)x \\ &= \frac{-3 + 4}{4}x = \frac{1}{4}x \qquad \left(\frac{x}{4}\text{としても OK}\right) \end{aligned}$$

【演習 3 − 2】

次の式を簡単にしなさい。
(1) $a - 0.6a$　　(2) $0.6x + 2.5 - 1.7x$

3.3 1 次の項と数の乗除

「$3x$」や「$\frac{1}{2}x$」のように、「(数) $\times$ (文字)」の形で表される 1 次の項と数の乗法や除法では、乗法の交換法則や結合法則を利用して、数の部分を計算することができます。

【例題 3 − 3】

次の式を簡単にしなさい。

(1) $7x \times 6$　(2) $\left(-\frac{5}{14}x\right) \times (-56)$　(3) $-12x \div 3$　(4) $\frac{12}{7}x \div 2$

＜解説＞

乗法の交換法則、結合法則を利用しやすいように、省略されている乗法の記号「×」を使って式を表します。

(1)

$$\begin{aligned} 7x \times 6 &= 7 \times x \times 6 \\ &= (7 \times 6) \times x \\ &= 42 \times x \\ &= 42x \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{5}{14}x\right) \times (-56) \\ =&\left(-\frac{5}{14} \times x\right) \times (-56) \\ =&\left\{-\frac{5}{14} \times (-56)\right\} \times x \\ =&+\left(\frac{5}{\cancel{14}^{1}} \times \cancel{56}^{4}\right) \times x \\ =&20 \times x \\ =&20x \end{aligned}$$

(3) 除法は乗法に直して計算します。

$$\begin{aligned} -12x \div 3 &= -12 \times x \times \frac{1}{3} \\ &= \left(-12 \times \frac{1}{3}\right) \times x \\ &= -\left(\cancel{12}^{4} \times \frac{1}{\cancel{3}^{1}}\right) \times x \\ &= -4 \times x \\ &= -4x \end{aligned}$$

(4) 除法は乗法に直して計算します。

$$\begin{aligned} \frac{12}{7}x \div 2 &= \frac{12}{7} \times x \times \frac{1}{2} \\ &= \left(\frac{\cancel{12}^{6}}{7} \times \frac{1}{\cancel{2}^{1}}\right) \times x \\ &= \frac{6}{7} \times x \\ &= \frac{6}{7}x \end{aligned}$$

詳しく途中の計算過程も示しましたが、慣れてきたら暗算で答えを求められるように練習しましょう。

【演習 3 − 3】

次の式を簡単にしなさい。

(1) $(-9) \times (-8x)$　(2) $\left(-\frac{5}{6}x\right) \times 12$　(3) $-10x \div 5$　(4) $\frac{3}{5}x \div \left(-\frac{1}{15}\right)$

3.4 1 次式と数の乗除

数の項を含む 1 次式は、次のように項が必ず 2 つ以上存在します。

$2x+3 \longrightarrow$（1 次の項）+（数の項）

そのため、1 次式と数との乗法や除法では、分配法則「(○ + □) × △ = ○ × △ + □ × △」を利用して計算します。

【例題 3 − 4】

次の計算をしなさい。

(1) $(4x-3)\times(-6)$　　(2) $(35x-21)\div 7$

＜解説＞

(1) 分配法則を利用して、

$$
\begin{aligned}
&(4x-3)\times(-6)\\
=&4x\times(-6)+(-3)\times(-6)\\
=&-24x+18
\end{aligned}
$$

(2) 除法は乗法に直してから分配法則を利用します。

$$
\begin{aligned}
&(35x-21)\div 7\\
=&(35x-21)\times\frac{1}{7}\\
=&35x\times\frac{1}{7}+(-21)\times\frac{1}{7}\\
=&\left(\cancel{35}^{\,5}\times\frac{1}{\cancel{7}^{\,1}}\right)x-\left(\cancel{21}^{\,3}\times\frac{1}{\cancel{7}^{\,1}}\right)\\
=&5x-3
\end{aligned}
$$

詳しく途中の計算過程も示しましたが、慣れてきたら暗算で答えを求められるようにしましょう。

【演習 3 − 4】

次の計算をしなさい。

(1) $\left(\frac{5}{6}x-\frac{3}{4}\right)\times 12$　　(2) $(6-2x)\div 2$

3.5　1 次式の加減

ここでは、2 つの式を足したり、引いたりすることを考えます。このとき、「式」というまとまりを足したり、引いたりするので、次のような手順で計算します。

① 2 つの式にかっこをつけ、加法、減法の記号「+」、「−」で 2 つの式をつなぐ。

$$(\quad)+(\quad),\qquad(\quad)-(\quad)$$

② かっこをはずす。
「+(　　)」はそのままかっこをはずし、「−(　　)」は、かっこの中のすべての項の符号を変えてかっこをはずします。このとき、「+(　　)」には「+1×」が、「−(　　)」には「−1×」が省略されていると考えて、分配法則を利用してかっこをはずすイメージです。

$$+(2+3)\longrightarrow +1\times(2+3)\longrightarrow +2+3,\qquad -(2+3)\longrightarrow -1\times(2+3)\longrightarrow -2-3$$

③ 文字の項、数の項をそれぞれ計算する。
加法の交換法則や結合法則を利用して、同じ文字の項どうし、数の項どうしをまとめて、それぞれ計算します。

【例題 3 − 5】

次の 2 つの式を足しなさい。また、左の式から右の式を引きなさい。

$$-4x+5,\qquad 3x-4$$

<解説>

(i) 2 つの式を足す

$$\begin{aligned}(-4x+5)+(3x-4)&=-4x+5+3x-4\\&=(-4x+3x)+(5-4)\\&=(-4+3)x+(5-4)\\&=-x+1\end{aligned}$$

(ii) 左の式から右の式を引く

$$\begin{aligned}(-4x+5)-(3x-4)&=-4x+5-3x+4\\&=(-4x-3x)+(5+4)\\&=(-4-3)x+(5+4)\\&=-7x+9\end{aligned}$$

【演習 3 − 5】

次の計算をしなさい。

(1) $(5a-4)+(1-3a)$　　(2) $(7a-2)-(3a+1)$　　(3) $(2x+1)-(5x+4)+(4-10x)$

3.6 1 次式の計算

1 次式を計算するためには、交換法則、結合法則、分配法則を利用して行いますが、もう少しイメージがつかみやすいように、文字の部分を「円」や「本」のような単位に変換してみます。例えば、「100 円 + 20 円」は、

100 円 + 20 円 = 120 円

と計算できますが、「100 円 + 20」のように「20」という数だけでは、「円」なのか「本」なのか、もしくは「cm」なのかわからないので、計算することができません。もし「円」であれば、答えは 120 円で問題ありませんが、「100 円 + 20 本」では計算できません。それと同じで、「$100x + 20x$」は、

$$100x + 20x = 120x$$

と計算できますが、「$100x + 20$」はこれ以上計算できないのです。このようにイメージすることで、「同じ文字を含む項はそれぞれまとめることができる」ということが理解できると思います。

【例題 3 − 6】

次の計算をしなさい。

(1) $2a - 3(a - 1)$　　(2) $4x - 3(x + 1)$

(3) $5(a + 1) - 3(a + 2)$　　(4) $-3(4y + 6) - 4(-3 + y)$

<解説>

1 次式の計算では、次のような手順で行います。

① かっこがあればかっこをはずす。

② 文字の項、数の項をそれぞれ計算する。

(1) $2a - 3(a - 1) = 2a - 3a + 3 = -a + 3$

(2) $4x - 3(x + 1) = 4x - 3x - 3 = x - 3$

(3) $5(a + 1) - 3(a + 2) = 5a + 5 - 3a - 6 = 2a - 1$

(4) $-3(4y + 6) - 4(-3 + y) = -12y - 18 + 12 - 4y = -16y - 6$

【演習 3 − 6】

次の計算をしなさい。

(1) $3(a + 2) - (2a - 1)$　　(2) $2(x + 4) - (x - 5)$

(3) $2(2x + 3) - (3x - 2)$　　(4) $3(x - 2) - 2(-x + 1)$

3.7 分数を含む 1 次式の計算

分数の分子に項が複数含まれる場合、分子のかっこは省略されて次のように表されます。

$$\frac{(a+b)}{c} \longrightarrow \frac{a+b}{c}$$

そのため、分数の分子が 1 次式であるような式を計算する場合、次のように、省略されている分子のかっこを復活させて考えないと、計算ミスにつながることにもなるので注意してください。

$$-\frac{a+b}{c} \longrightarrow \frac{-(a+b)}{c} \longrightarrow \frac{-a-b}{c}$$

【例題 3 − 7】

次の計算をしなさい。

(1) $6\left(\frac{2x-3}{3}-\frac{x+5}{2}\right)$　(2) $\frac{x}{2}-\frac{x-5}{3}$

＜解説＞

(1) 分配法則を利用します。

$$\begin{aligned} 6\left(\frac{2x-3}{3}-\frac{x+5}{2}\right) &= \cancel{6}^{2} \times \frac{(2x-3)}{\cancel{3}} - \cancel{6}^{3} \times \frac{(x+5)}{\cancel{2}} \\ &= 4x-6-3x-15 = x-21 \end{aligned}$$

(2) 文字式でも、分数の計算は通分して計算します。

$$\begin{aligned} \frac{x}{2}-\frac{x-5}{3} &= \frac{x\times 3}{2\times 3} - \frac{(x-5)\times 2}{3\times 2} \\ &= \frac{3x-2x+10}{6} = \frac{x+10}{6} \end{aligned}$$

【演習 3 − 7】

次の計算をしなさい。

(1) $8\left(\frac{x+4}{2}+\frac{3x-5}{4}\right)$　(2) $10\left(\frac{x-1}{2}-\frac{6x+7}{5}\right)$

(3) $\frac{2x+1}{3}+\frac{x-2}{5}$　(4) $\frac{3x-5}{4}-\frac{2x-1}{3}$

4　関係を表す式

4.1　関係を表す式

「$3+2=5$」のように、等号を使って 2 つの関係（2 つの式）が等しいことを表したものを**等式**といいます。このとき、等号の左側にある式のことを**左辺（さへん）**、等号の右側にある式のことを**右辺（うへん）**、その両方を合わせて**両辺（りょうへん）**といいます。

問題を考える上では、左辺、右辺、両辺という用語は特に重要ではありませんが、今後の解説では必ず目にすることになります。難しい用語ではないので問題はないと思いますが、この用語の意味がわからないと解説の意味もわからないということになりますので、しっかりと覚えておいてください。

関係を表す式は、「問題文に与えられた条件から、ある 1 つことがらについて 2 つの方法で式に表す」ことで作ります。同じ 1 つのものを 2 つの方法で表しているので、その 2 つは等しい関係になります。それを等号「=」を使って、2 つの式が等しいという関係を表す式を作ります。

【例題 4 − 1】

次の問いに答えなさい。

(1) たての長さ a cm、横の長さ b cm の長方形の面積を S cm^2 とするとき、S を a, b で表しなさい。

(2) 1 辺の長さ a cm の正方形の面積を S cm^2 とするとき、S を a で表しなさい。

(3) 底辺 a cm、高さ h cm の三角形の面積を S cm^2 とするとき、S を a, h で表しなさい。

(4) 半径 r cm の円があります。円周率を π として、円周の長さ l cm を π, r で表しなさい。

(5) 半径 r cm の円があります。円周率を π として、円の面積 S cm^2 を π, r で表しなさい。

＜解説＞

「○を□で表しなさい」と問題に書かれていたら、

「『○ = (□を使った式)』という形の等式を作りなさい」

という意味になります。そして、「□で表しなさい」となっているので、□以外の文字は使うことができないので、その点は注意してください。その代わり数は、等式が成り立てば何を使っても問題ありません。

また、文字式に限らず文章問題では、単位をそろえることも重要です。それぞれの単位がちゃんとそろっているのかも必ずチェックするようにしてください。

(1) 「S を a, b で表しなさい」となっているので、「$S = (a,\ b$ を使った式)」という形にします。

まず、S は何かというと、問題文に「長方形の面積」となっています。このことから、長方形の面積について a, b を使った式で表せばよいことになります。

長方形の面積は「縦 × 横」で求めることができるので、

$$\begin{aligned} (\text{長方形の面積}) &= \text{縦} \times \text{横} \\ S &= a \times b \end{aligned}$$

となります。そして、文字式の表し方にしたがって乗法の記号「×」を省略すれば、

$$S = ab$$

(2) 「S を a で表しなさい」となっているので、「$S=$ (a を使った式)」という形にします。
S は問題文から「正方形の面積」であることがわかるので、正方形の面積を a を使った式で表せばよいことになります。
正方形の面積の公式は、

$$(\text{正方形の面積}) = (1\text{ 辺}) \times (1\text{ 辺})$$

であったので、この等式に、問題文に与えられている条件

正方形の面積：S,　1 辺の長さ：a

をあてはめて、

$$S = a \times a$$

これを文字式の表し方にしたがうと、

$$S = a^2$$

(3) 「S を a, h で表しなさい」となっているので、「$S=$ (a, h を使った式)」という形にします。
S は問題文から「三角形の面積」であることがわかるので、三角形の面積を a, h を使った式で表せばよいことになります。
三角形の面積の公式は、

$$(\text{三角形の面積}) = (\text{底辺}) \times (\text{高さ}) \div 2$$

であるので、この等式に問題文に与えられている条件、

三角形の面積：S,　底辺の長さ：a,　高さ：h

をあてはめて、

$$S = a \times h \div 2$$

これを文字式の表し方にしたがうと、

$$\begin{aligned} S &= a \times h \div 2 \\ &= a \times h \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2}ah \quad \left(= \frac{ah}{2}\right) \end{aligned}$$

(4) 「l を π, r で表しなさい」となっているので、「$l=$ (π, r を使った式)」という形にします。
l は問題文から「円周の長さ」であることがわかるので、円周の長さを π, r を使った式で表せばよいことになります。
円の周の長さは、

$$(\text{円周の長さ}) = (\text{直径}) \times (\text{円周率})$$

で表されます。この式の問題文の条件を当てはめたいのですが、問題文に直径は与えられていません。しかし、半径は与えられていて、直径と半径の関係は、

$$(\text{直径}) = (\text{半径}) \times 2$$

となるので、

(円周の長さ) = (半径) × 2 × (円周率)

で表されることになります。この等式に、問題文に与えられている条件、

円周の長さ : l,　半径 : r,　円周率 :π(「パイ」と読みます)

をあてはめて、

$$l = r \times 2 \times \pi$$

そして、文字式の表し方にしたがって書き直しますが、「π」は「$\pi = 3.14$」という数であり、文字でもあるので、

数,　π,　文字

の順で表すことになります。

$$l = 2\pi r$$

(5) 円の面積の公式は、

(円の面積) = (半径) × (半径) × (円周率)

この等式に、問題文に与えられている条件、

円の面積 : S,　半径 : r,　円周率 :π

を当てはめて、

$$S = r \times r \times \pi$$

となります。これを、文字式の表し方にしたがって書き直すと、

$$S = \pi r^2$$

【演習 4 − 1】

次の数量の間の関係を等式で表しなさい。

(1) 鉛筆が全部で a 本あります。b 人の子供に 1 人 3 本ずつ配ろうとしたら、2 本足りませんでした。

(2) 数 n を 5 で割ったら、商が q で余りが r になりました。

(3) A 町から B 町まで 30km あります。A 町から自転車で出発しました。時速 12km の速さで走っていましたが、x 時間走ったところでタイヤがパンクしてしまい、残りの道のりは y 時間かけて、時速 4km の速さで歩いて B 町に向かいました。

4.2 不等式

a と b の大小関係を不等号を用いると

(ｉ) $a < b$:「a は b よりも小さい（b は a よりも大きい）」
(ii) $a > b$:「a は b よりも大きい（b は a よりも小さい）」
(iii) $a \leqq b$ （$a = b$ と $a < b$ をまとめて表したもの）:「a は b 以下（b は a 以上）」
(iv) $a \geqq b$ （$a = b$ と $a > b$ をまとめて表したもの）:「a は b 以上（b は a 以下）」

のように表せます。このように数や式の大小関係を、不等号を用いて表した式を**不等式**といいます。このとき、不等号の左側にある式を**左辺**、不等号の右側にある式を**右辺**といい、その両方を合わせて**両辺**といいます。

【例題 4 − 2】

次の数量の関係を不等式で表しなさい。
(1) 自然数 a の 3 倍に 4 を加えたものが、自然数 b を 7 倍して 12 を引いたものより小さい。
(2) 兄の所持金 x 円は、弟の所持金 y 円の 2 倍より 900 円多い。

<解説>

(1) a の 3 倍に 4 加えたものは、

$$a \times 3 + 4 \longrightarrow 3a + 4$$

また、b を 7 倍して 12 引いたものは、

$$b \times 7 - 12 \longrightarrow 7b - 12$$

と表せるので、$3a + b$ が $7b - 12$ よりも小さいことは、

$$3a + 4 < 7b - 12$$

と表すことができます。

(2) 弟の所持金 y 円の 2 倍に 900 円加えたものは、

$$y \times 2 + 900 \longrightarrow 2y + 900 \text{（円）}$$

と表せます。兄の所持金 x 円はこれよりも多い（大きい）ので、

$$x > 2y + 900$$

のように表すことができます。