【中2数学】確率

まなびの学園

http://www.manabino-academy.com

目次

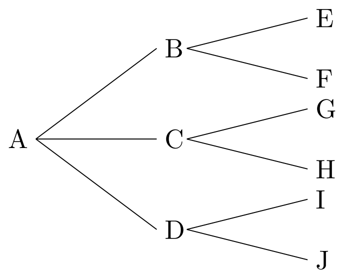
1　場合の数

あることがらの起こり方の総数を**場合の数**といい、あることがらの起こり方が全部で n 通りあるとき、そのことがらの起こる**場合の数は n 通りある**といいます。場合の数が何通りであるかは、表や図などを用いて、すべての場合をもれなく、重複しないように数え上げる必要があります。

1.1　樹形図（並べ方）

「並べ方の総数」を求めるような問題では、あることがらの場合を枝分かれる樹木状の系統図にかいた、右の図のような**樹形図**がよく用いられます。

樹形図を用いるときだけに限りませんが、もれなく、重複しないようにするために、



- アルファベット順にする
- 小さい順（大きい順）にする

など、自分でルールを決めて、順序良く数え上げるようにします。

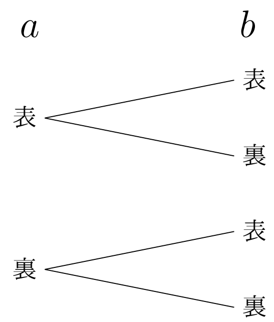
【例題１－１】

次の問いを読んで、樹形図をかいて答えなさい。

a, b 2 枚の硬貨を投げて、表、裏について注目したとき、何通りの出方が考えられますか。

＜解説＞

a の硬貨が表になるとき、b の硬貨は表になるか裏になるかのどちらかです。また、a の硬貨が裏になるときも、b の硬貨は表になるか裏になるかのどちらかになります。このことを樹形図で表すと、右の図のようになります。図より、



$$(a,\ b) = (表,\ 表),\quad (表,\ 裏)\quad (裏,\ 表)\quad (裏,\ 裏)$$

という 4 つの場合が考えられるので、求める場合の数は 4 通りであることがわかります。

【演習１－１】

5 人の中から 2 人を選んで一列に並べる方法は何通りありますか。

1.2 樹形図（選び方）

「選び方の総数」を求めるような問題でも樹形図を用いることができますが、「並べ方」と「選び方」の違いを正しく理解することが大切です。

A, B, C の 3 人の中から 2 人を選んで一列に並べる場合、「AB」と「BA」を異なるものとして扱いますが、A, B, C の 3 人の中から 2 人を選ぶ場合は、「AB」と「BA」はどちらも、「A と B」という 2 人を選んでいることになるので同じものとして扱います。つまり、「選ぶ」場合では、順番は関係ありません。そのため、樹形図を利用して選び方の総数を求めるとき、並び方の数え上げのルールである、

- アルファベット順にする
- 小さい順（大きい順）にする

だけではなく、「選んだものの左側のものは選ばない」のようなルールを追加して、選ばれたものもアルファベット順や小さい順（大きい順）になるようにし、重複して数え上げないようにする工夫が必要になります。

【例題 1 − 2】

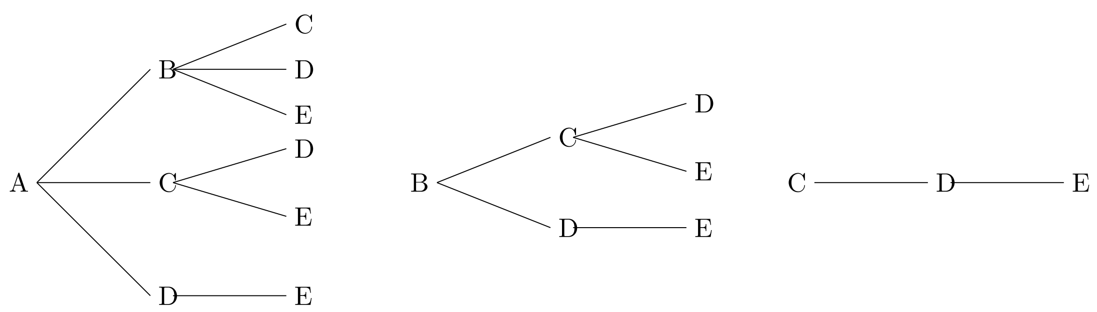
5 人の中から 3 人を選ぶとき、その選び方は何通りありますか。

＜解説＞

選ぶ 5 人を、アルファベット順に A, B, C, D, E として、この 5 人から 3 人を選ぶと考えます。

「選ぶ」ときは順番を考えないので、「B」を選んだら、B の左にある「A」は選ばずに、右側の「C」、「D」、「E」から選ぶというようにして、重複して数え上げないようにします。すると、次の図のような樹形図をかくことができるので、求める選び方の総数は、

10 通り



【演習 1 − 2】

NIPPON の 6 文字の中から 2 文字を選ぶ方法は何通りありますか。

1.3 表

場合の数が何通りであるかを、すべての場合をもれなく、重複しないように数え上げるために図（樹形図）や表を用いますが、特に、「2 つのサイコロを投げる」ような問題では、右のような表を利用するのが効果的です。

表には、サイコロの目は 1 から 6 までであるので、縦と横に 2 つのサイコロのどちらかの目を表す 1 から 6 までの数を並べ、それぞれの目の交わるところには、問題で与えられた条件（2 つの目の和や差など）を記入します。そうすることで、すべての場合をもれなく、重複しないように数え上げることができます。

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

【例題 1 − 3】

A, B のサイコロを同時に投げ、A のさいころの出る目の数を x、B のサイコロの出る目の数を y とするとき、$x > y$ となる場合は何通りありますか。

<解説>

右のように、縦に A のさいころの出る目の数 x、横に B のさいころの出る目の数 y を表すようにして表を作ります。

このとき、$x > y$ となるのは、右の表の ◯ をつけたものになるので、その総数は、

15 通り

x \ y	1	2	3	4	5	6
1	×	×	×	×	×	×
2	◯	×	×	×	×	×
3	◯	◯	×	×	×	×
4	◯	◯	◯	×	×	×
5	◯	◯	◯	◯	×	×
6	◯	◯	◯	◯	◯	×

【演習 1 − 3】

大小 2 つのサイコロを投げるとき、出た目の数の差が 3 以下の奇数になるような目の出方は何通りありますか。

1.4 和の法則（場合の数）

2 つの事柄 A と B があって、A と B が同時に起こらないとき、A の起こり方が m 通り、B の起こり方が n 通りあるとすると、A または B の起こる場合の数は、

$m+n$ (通り)

になり、これを**和の法則**といいます。この和の法則は、3 つ以上の場合でも同様に成り立ちます。

【例題 1 − 4】

A, B 2 チームが野球の試合を 3 回したとき、引き分けはないものとすれば、A, B の勝ちと負けのパターンは何通りありますか。

＜解説＞

樹形図を用いても場合の数を求めることもできますが、「和の法則」を確認するために、次のようにして求めてみます。

各試合において勝ったチームを表にまとめると次のような場合が考えられます。

① A の 3 勝（B の 0 勝）: 1 通り

試合	1	2	3
結果	A	A	A

② A の 0 勝（B の 3 勝）: 1 通り

試合	1	2	3
結果	B	B	B

③ A の 2 勝 1 敗（B の 1 勝 2 敗）: 3 通り

試合	1	2	3
結果①	A	A	B
結果②	A	B	A
結果③	B	A	A

④ A の 1 勝 2 敗（B の 2 勝 1 敗）: 3 通り

試合	1	2	3
結果①	A	B	B
結果②	B	A	B
結果③	B	B	A

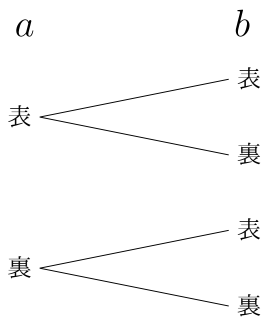
①〜④のそれぞれの場合は同時には起こらないので、求める場合の数は、

$1+1+3+3=8$（通り）

【演習 1 − 4】

同じ数字を使ってはいけないとき、0, 1, 2, 3, 4 の 5 つの数字を使ってできる 2 桁の偶数は全部で何個ありますか。

1.5 積の法則（場合の数）



a, b 2 枚の硬貨を投げて、表、裏について着目したとき、次のような樹形図を用いて、場合の数は 4 通りになります。

このとき、a の硬貨は「表」になるか「裏」になるかの 2 通りで、そのそれぞれについて、b の硬貨も「表」になるか「裏」になるかの 2 通りずつになるので、

$$2 \times 2 = 4 \text{（通り）}$$

となります。

このように、A に m 通りの場合があり、そのおのおのに対して B に n 通りある場合、A, B がともに起こる場合の数は、

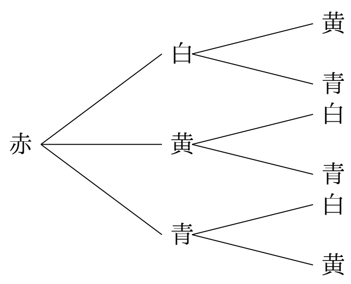
$$m \times n \text{ (通り)}$$

と、掛け算を利用することで場合の数を求めることができます。このことは、3 つ以上の場合にも成り立ちます。

【例題 1 − 5】

赤、白、黄、青の 4 色のうちの 3 色を横に一列に並べる方法は何通りありますか。

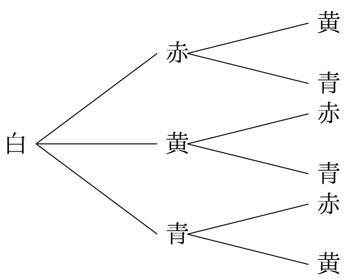
<解説>



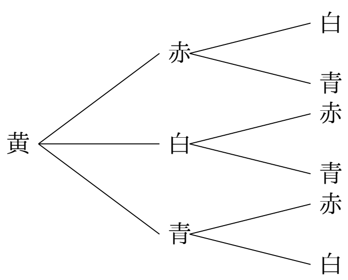
一番左の色が赤色のとき、真ん中の色は残りの白、黄、青の 3 色のうちのどれかになります。そして、真ん中の色が白色だとすると、一番右の色は残りの黄、青の 2 色のうちのどちらかになります。また、真ん中の色が黄色のときは、一番右の色は残りの白、青の 2 色のうちのどちらかになり、真ん中の色が青色のときは、一番右の色は残りの白、黄の 2 色のうちのどちらかになります。このことを樹形図にしてみると次の図のようになり、6 通りであることがわかります。

また、一番左が白、黄、青のときの樹形図も作ると次のようになり、各場合において 6 通りです。

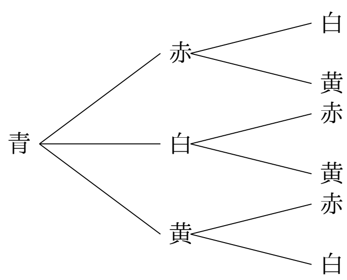
(i) 一番左が白



(ii) 一番左が黄

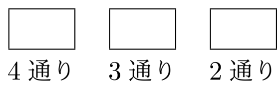


(iii) 一番左が青



以上より、場合の数は「24 通り」であることがわかりますが、この樹形図からもわかるように、一番左の色は「赤」、「白」、「黄」、「青」の 4 通りあり、そのそれぞれについて、真ん中の色は残りの 3 通り、そして一番右の色は、さらに残りの 2 通りずつの並べ方があることになります。

このことを右の図のように 3 色を並べる 3 つの場所を用意し、それぞれの場所に何通りの色があるのかを考えれば、



$$4 \times 3 \times 2 = 24 \text{（通り）}$$

のようにして、掛け算を利用して場合の数を求めることができます。

樹形図は、場合の数をもらさずダブらず数え上げるための有効な手段の 1 つですが、場合の数が多い場合には、樹形図をかくのが面倒になってしまうので、この掛け算をうまく利用して数え上げることも大切です。

【演習 1 − 5】

0, 1, 2, 3, 4 のカードが 1 枚ずつあります。

(1) 4 枚を並べてできる 4 桁の整数は、全部で何個ありますか。

(2) 3 枚を並べてできる 3 桁の偶数は、全部で何個ありますか。

1.6 順列

いくつかのものに順序をつけて並べたものを**順列**といい、n 個の異なるものから r 個取り出して並べるとき、これを **n 個のものから r 個取る順列**といいます。この順列の総数は、「順列」を意味する英単語「Permutation」の頭文字「P」を用いて、${}_n\mathrm{P}_r$ で表されます。

n 個の異なるものから r 個取り出して並べるとき、

1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	$\cdots$	r 番目
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\cdots$	$\square$
n 通り	$(n-1)$ 通り	$(n-2)$ 通り	$(n-3)$ 通り		$n-(r-1)$ 通り

となるので、積の法則から、

$$ {}_n\mathrm{P}_r = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-r+1) $$

となり、その総数は n から順に 1 ずつ減らした r 個の積で求めることができます。

(例 1) ${}_5\mathrm{P}_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$　　(例 2) ${}_{45}\mathrm{P}_2 = 45 \times 44 = 1980$

【例題 1 − 6】

A, B, C, D, E, F の 6 人がいます。この 6 人から 4 人を選んで、リレーのチームを作るとき、全部で何通りの走り方がありますか。

＜解説＞

第 1 走者を A〜F の 6 人のうち誰にするかで 6 通り、第 2 走者は第 1 走者意外の 5 人から 1 人選ぶので 5 通り、というようにして選んでいくと右図のようになります。つまり、異なる 6 個のものから 4 個取って並べる順列を考えればよいので、その総数は

第 1 走者	第 2 走者	第 3 走者	第 4 走者
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
6 通り	5 通り	4 通り	3 通り

$$ {}_6\mathrm{P}_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360 \text{（通り）} $$

【演習 1 − 6】

(1) a, b, c, d, e, f の 6 文字を横一列に並べるとき、両端に母音を表す文字がくる場合の数は何通りありますか。

(2) 男子 3 人、女子 3 人、合わせて 6 人の生徒がいます。男女が交互に並ぶ並び方は、何通りありますか。

1.7 組合せ

いくつかのものを、順序を問題にしないで 1 組にしたものを**組合せ**といい、n 個の異なるものから r 個を取り出して作る組合せを、**n 個のものから r 個取る組合せ**といいます。この組合せの総数は、「組合せ」を意味する英単語「Combination」の頭文字「C」を用いて、${}_n\mathrm{C}_r$ で表されます。

ここで、「順列」と「組合せ」の違いを理解するために、A, B, C という 3 つの文字から 2 つ選んで並べる（順列）ことを考えると、AB, BA, AC, CA, BC, CB といったように、その並べ方の総数は、

$$ {}_3\mathrm{P}_2 = 6\,(\text{通り}) $$

になります。しかし、A, B, C の 3 つの文字から 2 つの文字を選ぶ（組合せ）とき、順序は関係なくなるので、AB と BA, AC と CA, BC と CB は同じものだと考えます。つまり、その選び方は、

$$ (\mathrm{A,\ B}),\quad (\mathrm{A,\ C}),\quad (\mathrm{B,\ C}) $$

という 3 通りになるので、

$$ {}_3\mathrm{C}_2 = 3\,(\text{通り}) $$

と表せることになります。

以上のことから、3 つの文字から 2 つの文字を選ぶ選び方（組合せ）の総数は ${}_3\mathrm{C}_2$ 通りあり、そのそれぞれについて ${}_2\mathrm{P}_2$ 通りの並べ方があるので、3 つの文字から 2 つの文字を選んで並べる（順列）の総数は、積の法則から、

$$ {}_3\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{P}_2 = {}_3\mathrm{P}_2 $$

という関係が成り立つことになります。

一般に、n 個から r 個取る順列の場合には、

① n 個から r 個選ぶ：${}_n\mathrm{C}_r$ （通り）　　② その r 個を並べる：${}_r\mathrm{P}_r$ （通り）

というように、「選んで並べる」ことにより順列が求まるので、

$$ {}_n\mathrm{C}_r \times {}_r\mathrm{P}_r = {}_n\mathrm{P}_r $$

という関係が成り立ちます。そして、この式は次のように変形することができ、この式を用いて組合せの総数を求めます。

$$ {}_n\mathrm{C}_r = \frac{{}_n\mathrm{P}_r}{{}_r\mathrm{P}_r} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-r+1)}{r \times (r-1) \times (r-2) \times \cdots \times 1} $$

(例 1) ${}_{10}\mathrm{C}_2 = \dfrac{{}_{10}\mathrm{P}_2}{{}_2\mathrm{P}_2} = \dfrac{\cancel{10}^{5} \times 9}{\cancel{2} \times 1} = 45$　　(例 2) ${}_5\mathrm{C}_3 = \dfrac{{}_5\mathrm{P}_3}{{}_3\mathrm{P}_3} = \dfrac{5 \times \cancel{4}^{2} \times \cancel{3}}{\cancel{3 \times 2} \times 1} = 10$

【例題 1 − 7】

A, B, C, D, E の 5 人がいます。この 5 人から 2 人を選んでテニスのチームを作るとき、全部で何通りのチームができますか。

＜解説＞

2 人を選ぶとき、その 2 人の順序は関係ありません。つまり、5 個のものから 2 個取る組合せの総数を求めればよいので、

$$ {}_5\mathrm{C}_2 = \frac{{}_5\mathrm{P}_2}{{}_2\mathrm{P}_2} = \frac{5 \times \cancel{4}^{2}}{\cancel{2} \times 1} = 10\text{（通り）} $$

となります。

【演習 1 − 7】

(1) 12 人のうちから代表 3 人を選ぶ方法は何通りありますか。

(2) 円周上に 6 つの点があるとき、これらを頂点とする三角形はいくつありますか。

2 確率

2.1 確率の意味

あることがらの起こることが期待される程度を表す数を、そのことがらの起こる**確率**といい、全体に対するそのことがらの割合として表わされます。一定の条件で実験や観察を n 回くり返したとき、あることがらが a 回起こったとすると、全体に対するそのことがらの割合（確率）は、全体の何倍かを考えればよいので、

$$(\text{ことがらの起こる確率}) = \frac{a}{n}$$

という式で求めることになります。

ただし、実験や観察を 1 回や 2 回やったくらいでは、どの程度ことがらが起こるかを判断することはできません。そのため、十分な回数実験や観察をくり返す必要があります。

【例題 2 − 1】

1 枚のコインを投げたときに表向きになる確率を求めます。コインを 1000 回投げて下の表を完成させ、コインが表向きになる確率を求めなさい。ただし、「表向きの割合」については、小数第 3 位を四捨五入して、小数第 2 位まで求めなさい。

投げた回数	10	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
表向きの回数											
表向きの割合											

<解説>

1000 回もコインを投げるのは大変だと思いますが、「確率とは何か？」ということを体感するために試しにやってみましょう。次の表が実際にやってみた結果です。時間の無い人はこの表を参考に、「表向きの割合」を考えてみてください。（実際にコインを投げて表を作った人は、この表と全て一致する必要はありません。）

投げた回数	10	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
表向きの回数	8	39	94	143	196	246	292	341	397	447	498
表向きの割合											

「表向きの割合」は「投げた回数」に対する「表向きの回数」の割合です。つまり、「表向きの回数」が「投げた回数」の何倍かを考えるので

$$(\text{表向きの割合}) = \frac{\text{表向きの回数}}{\text{投げた回数}}$$

で求めることができます。

この式を使って表の左から順に計算していくと、

① $\frac{8}{10}(= 8 \div 10) = 0.8$　② $\frac{39}{100}(= 39 \div 100) = 0.39$

③ $\frac{94}{200}(= 94 \div 200) = 0.47$　④ $\frac{143}{300}(= 143 \div 300) = 0.476\cdots \longrightarrow 0.48$

⑤ $\dfrac{196}{400}(= 196 \div 400) = 0.49$
⑥ $\dfrac{246}{500}(= 246 \div 500) = 0.492 \longrightarrow 0.49$
⑦ $\dfrac{292}{600}(= 292 \div 600) = 0.486\cdots \longrightarrow 0.49$
⑧ $\dfrac{341}{700}(= 341 \div 700) = 0.487\cdots \longrightarrow 0.49$
⑨ $\dfrac{397}{800}(= 397 \div 800) = 0.496\cdots \longrightarrow 0.50$
⑩ $\dfrac{447}{900}(= 447 \div 900) = 0.496\cdots \longrightarrow 0.50$
⑪ $\dfrac{498}{1000}(= 498 \div 1000) = 0.498 \longrightarrow 0.50$

となるので、表を次のように完成させることができます。(計算の「$\longrightarrow$」は小数第 3 位を四捨五入した結果を表しています。)

投げた回数	10	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
表向きの回数	8	39	94	143	196	246	292	341	397	447	498
表向きの割合	0.80	0.39	0.47	0.48	0.49	0.49	0.49	0.49	0.50	0.50	0.50

投げた回数が少ない場合は、「表向きの割合」は 0.80, 0.39 などのようにばらつきがありますが、投げた回数を多くすると 0.5 に近づいていきます。十分な回数くり返したときの「表向きの割合」が「表向きになる確率」であるので、

$$(\text{表向きになる確率}) = 0.5$$

と判断することができます。

2.2 確率の求め方

どのことがらが起こることも同じ程度であると期待されるとき、どのことがらが起こることも**同様に確からしい**といいます。コインを投げる場合には、コインが「表」になる場合と、「裏」になる場合がありますが、どちらが起こることも同じ程度であるので、同様に確からしいということができます。しかし、スリッパなどを投げたときに「表」になるのか「裏」になるのかを考える場合には、どちらが起こることも同じ程度というわけにはいかず、「表」になる場合が多くなってしまうので、同様に確からしいとはいえません。

起こる場合が全部で n 通りあり、そのどれが起こることも同様に確からしいとします。そのうち、ことがら A の起こる場合が a 通りであるとき、ことがら A の起こる確率 p は、全体に対するそのことがらの割合を考えて、

$$\text{ことがら A の起こる確率}:p=\frac{a}{n}$$

により確率を求めることができます。

コインを 1 枚投げたときに表になる確率は、コインを 1000 回投げることで求めましたが、この式を使うと

すべての起こる場合の数 :「表」と「裏」の 2 通り,　「表」になる場合の数 : 1 通り

より、$n=2,\ a=1$ となるので、

$$(\text{表になる確率})=\frac{1}{2}\quad(=0.5)$$

と求めることができ、実験の結果と一致します。

また、

- 必ず起こることがらの確率 : $p=\dfrac{n}{n}=1$
- 決して起こらないことがらの確率 : $p=\dfrac{0}{n}=0$

となり、確率 p の値の範囲は、

$$0\leqq p\leqq 1$$

となります。

【例題 2 − 2】

大、小 2 つのさいころを同時に投げた時、出る目の和が 5 の倍数となる確率を求めなさい。

＜解説＞

さいころを投げたときに出る目には、どの目が出やすいとか出にくいなどのかたよりはなく、どの目が出ることも同じ程度であると期待されるので、どの目が出ることも同様に確からしいということができます。そのため、確率を求める場合には、

$$(\text{あることがらの起こる確率})=\frac{\text{あることがらの起こる場合の数}}{\text{すべての場合の数}}$$

により求めることができます。

そこで、起こる場合が全部で何通りあるか、そして、出る目の和が 5 の倍数となる場合が何通りあるのかを、もれなく、重複しないように数え上げます。さいころの問題では表を作成すると数え上げやすくなるので、右のような出る目の和についての表を作成します。

大＼小	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

この表から、出る目の和が 5 の倍数となるものを探すと、5 の倍数は「5, 10, 15, $\cdots$」なので、表の色付きの部分になります。

起こる場合は表からもわかるように、全部で $6 \times 6 = 36$ 通りあり、そして、出る目の和が 5 の倍数となる場合は 7 通りあるので、その確率は、

$$(\text{出る目の和が 5 の倍数となる確率}) = \frac{\text{出る目の和が 5 の倍数となる場合の数}}{\text{すべての場合の数}} = \frac{7}{36}$$

となります。

【演習 2 − 2】

大、小 2 つのさいころを同時に投げるとき、2 つの出る目の数の和について、次の確率をそれぞれ求めなさい。

(1) 偶数になる確率　　(2) 3 の倍数になる確率

2.3　和の法則（確率）

起こりうるすべての場合の数を n とし、ことがら A, B が同時には起こらず、A には a 通り、B には b 通りあるとします。このとき、ことがら A, B の起こる確率をそれぞれ $p(a)$, $p(b)$ とすると、

$$p(a)=\frac{a}{n},\qquad p(b)=\frac{b}{n}$$

のように表すことができます。

このとき、A または B の起こる場合の数は、和の法則より $a+b$ 通りになるので、その確率は、

$$\begin{aligned}(\text{A または B の起こる確率}) &= \frac{a+b}{n}\\ &= \frac{a}{n}+\frac{b}{n}=p(a)+p(b)\end{aligned}$$

のように表すことができ、確率の和により求めることができます。

【例題 2 − 3】

赤玉 3 個、白玉 2 個、青玉 4 個が入った袋から 1 つの玉を取り出すとき、赤玉か白玉になる確率を求めなさい。

＜解説＞

取り出す玉の色のすべての場合は、「赤玉」、「白玉」、「青玉」の 3 通りあるので、

(i) 赤玉になる確率：$\frac{1}{3}$　　(ii) 白玉になる確率：$\frac{1}{3}$　　(iii) 青玉になる確率：$\frac{1}{3}$

としたくなりますが、これは間違いです。それは、それぞれの玉の色の取り出し方が同程度ではなく、4 個と他の色の玉よりも多く入っている青玉が取り出しやすく、2 個と少ない白玉は取り出しにくいからです。つまり、1 つ取り出すときの玉の色は、同様に確からしいということはできません。

そこで、確率を求める場合には、同様に確からしいことがらで考えるために、袋の中に入っている 9 つの玉がすべて区別があるものとして考えます。例えば、3 個の赤玉に実際に見分けがつかないものだとしても、それぞれの玉に数字がついていたり大きさが違うなど、区別があるものと同じようにして考えます。ここでは、「赤 1、赤 2、赤 3、白 1、白 2、青 1、青 2、青 3、青 4」のように、それぞれの玉の色に数字が書かれた 9 つの玉が袋の中に入っているとして考えていきます。すると、玉の取り出し方のすべての場合は 9 通り。

① 赤玉になるとき

「赤 1、赤 2、赤 3」の 3 通りの取り出し方があるので、その確率は、

$$\frac{3}{9}\quad\left(=\frac{1}{3}\right)$$

② 白玉になるとき

「白 1、白 2」の 2 通りの取り出し方があるので、その確率は、

$$\frac{2}{9}$$

①, ②は同時には起こらないので、求める確率は、

$$\frac{3}{9}+\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$$

2.4 「少なくとも」の確率

ことがら A の起こる確率を p、A が起こらない確率を q とします。このとき、ことがら A は起こるか起こらないかしかないので、「ことがら A が起こる」または「ことがら A が起こらない」確率は、

$$p+q=1$$

と表すことができます。このことから、

$$(\text{ことがら A の起こる確率}) + (\text{ことがら A の起こらない確率}) = 1$$
$$(\text{ことがら A の起こらない確率}) = 1 - (\text{ことがら A の起こる確率})$$

という関係が成り立つので、直接確率を求めることが面倒であるような問題では、この性質を利用します。特に、「少なくとも ◯◯ である確率」を求めるような場合には、「◯◯ でない確率」を求めるほうが楽なので、

$$(\text{少なくとも ◯◯ である確率}) = 1 - (\text{◯◯ でない確率})$$

というようにして確率を求めます。

【例題 2 − 4】

2 つのさいころを同時に投げるとき、少なくとも 1 つは 2 より大きい数の目が出る確率を求めなさい。

＜解説＞

ここでは、A, B という 2 つのさいころを投げたとして考えていきます。このとき、さいころの目の出方には次のような 4 通りの場合が考えられます。

① A だけ 2 より大きい　② B だけ 2 より大きい
③ A も B も 2 より大きい　④ A も B も 2 以下

「少なくとも 1 つは 2 より大きい数の目」という場合は、①, ②, ③の場合になり、右の表の ◯ をつけたところが条件を満たすものになります。その場合の数は 32 通りあるので、求める確率は、

A＼B	1	2	3	4	5	6
1	×	×	◯	◯	◯	◯
2	×	×	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯	◯

$$\frac{32}{36}=\frac{8}{9}$$

しかし、右の表からもわかるように、「少なくとも 1 つは 2 より大きい数の目が出る」場合は、④の「A も B も 2 以下（表の × をつけたところ）」でない場合と考えることができます。そのため、「少なくとも 1 つは 2 より大きい数の目が出る」場合の数は、

$$36-4=32\ (\text{通り})$$

と求めることができ、その確率も、

$$\frac{36-4}{36}=1-\frac{4}{36}=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$

として求めることができます。

【演習 2 − 4】

2 つのさいころを同時に投げるとき、2 つの目の数の積が偶数になる確率を求めなさい。