【中１数学】資料の整理と活用

まなびの学園

http://www.manabino-academy.com

目次

1 資料の整理

1.1 度数分布表

資料を整理するとき、資料の数値をいくつかの等しい幅に区切って作った区間のことを**階級**といい、区間の幅を**階級の幅**、階級の中央の値を**階級値**といいます。また、各階級に入る資料の個数を、その階級の**度数**といい、度数の分布を表す表を**度数分布表**といいます。

【例題 1 − 1】

次の数は、身長測定の結果を書き並べたものになります。
（単位は cm）

149.8	144.6	156.5	148.1	142.4
145.7	150.0	141.2	144.3	164.5
158.8	149.2	145.8	139.7	150.9
149.8	153.2	145.0	163.6	147.5
152.3	136.9	150.4	151.9	168.7
143.3	142.9	145.4	138.7	151.4
157.0	140.9	147.3	146.9	147.7
153.1	141.5	156.2	148.7	162.1
147.9	151.2	142.3	157.5	143.4

この資料をもとに、各区間（階級）に入る人数（度数）を調べて、右の度数分布表を完成させせなさい。

身長 (cm)	人数
135 以上〜140 未満	
140 〜145	
145 〜150	
150 〜155	
155 〜160	
160 〜165	
165 〜170	
計	

＜解説＞

作成する度数分布表には、次のような 7 つの階級があり、それぞれの階級の幅は 5cm になっています。
① 135 以上〜140 未満　② 140 以上〜145 未満　③ 145 以上〜150 未満　④ 150 以上〜155 未満
⑤ 155 以上〜160 未満　⑥ 160 以上〜165 未満　⑦ 165 以上〜170 未満

度数分布表などを利用して資料を整理するときには、もらさずダブらず数え上げることが大切です。数えたものには目印などをつけて区別し、ダブらない工夫をしましょう。また、「正」の字を使っていくつ数えたのか確認できるようにしておくと、ミスを防ぐことに役立ちます。

① 135 以上〜140 未満
この階級に入る測定結果は、次の 3 個になります。

139.7,　136.9,　138.7

② 140 以上〜145 未満
この階級に入る測定結果は、次の 10 個になります。

144.6,　142.4,　141.2,　144.3,　143.3,　142.9,　140.9,　141.5,　142.3,　143.4

③ 145 以上〜150 未満
この階級に入る測定結果は、次の 14 個になります。

149.8, 148.1, 145.7, 149.2, 145.8, 149.8, 145.0
147.5, 145.4, 147.3, 146.9, 147.7, 148.7, 147.9

④ 150 以上〜155 未満
この階級に入る測定結果は、次の 9 個になります。

150.0, 150.9, 153.2, 152.3, 150.4, 151.9, 151.4, 153.1, 151.2

⑤ 155 以上〜160 未満
この階級に入る測定結果は、次の 5 個になります。

156.5, 158.8, 157.0, 156.2, 157.5

⑥ 160 以上〜165 未満
この階級に入る測定結果は、次の 3 個になります。

164.5, 163.6, 162.1

⑦ 165 以上〜170 未満
この階級に入る測定結果は、次の 1 個になります。

168.7

「以上」はその数もふくみ、「未満」はその数をふくまないことに注意しましょう。
このことから、度数分布表は次のようになります。

身長 (cm)	人数
135 以上〜140 未満	3
140 〜145	10
145 〜150	14
150 〜155	9
155 〜160	5
160 〜165	3
165 〜170	1
計	45

1.2　度数分布のグラフ

度数分布表を利用することで、資料の値がどのように分布しているのかわかりやすくなりましたが、グラフを利用することで、分布の様子が一目でわかるようになります。

そこで、資料の数値（階級）を横軸に、度数を縦軸にとったグラフを考えます。階級ごとに整理された度数の分布を長方形の面積で表したグラフを**ヒストグラム（柱状グラフ）**といい、階級値を示す点を結んだ折れ線グラフを**度数折れ線**といいます。

【例題 1 − 2】

次の数は、実施したあるテストの成績を書き並べたものです。次の各問いに答えなさい。

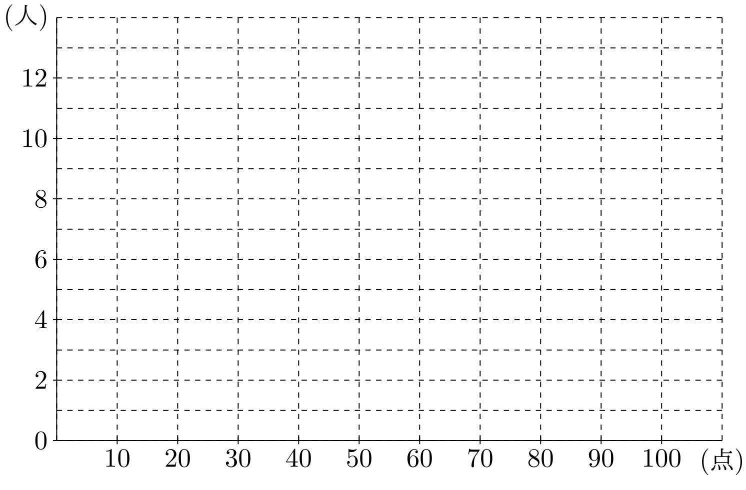
65	88	27	59	56	14	99	66
98	89	43	78	90	94	47	59
52	94	38	76	94	94	71	61
85	92	66	76	32	78	77	85
89	73	98	98	96	73		

(1) 右の度数分布表を完成させなさい。

(2) (1) の度数分布表からヒストグラムをつくりなさい。

(3) (1) の度数分布表から度数折れ線をつくりなさい。

点数（点）	階級値 (点)	人数
0 以上〜10 未満		
10 〜20		
20 〜30		
30 〜40		
40 〜50		
50 〜60		
60 〜70		
70 〜80		
80 〜90		
90 〜100		
計		



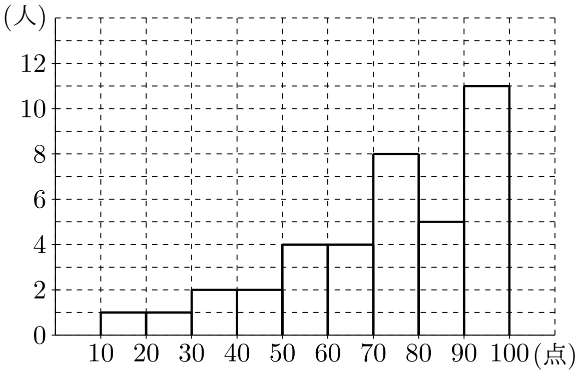
(1) 「階級値」とは、「階級の中央の値」なので、それぞれの階級の境界の値を、足して 2 で割ることで求めることができます。

- 0 以上 10 未満：$\dfrac{0+10}{2}=5$ (点)
- 10 以上 20 未満：$\dfrac{10+20}{2}=15$ (点)
- 20 以上 30 未満：$\dfrac{20+30}{2}=25$ (点)
- 30 以上 40 未満：$\dfrac{30+40}{2}=35$ (点)
- 40 以上 50 未満：$\dfrac{40+50}{2}=45$ (点)
- 50 以上 60 未満：$\dfrac{50+60}{2}=55$ (点)
- 60 以上 70 未満：$\dfrac{60+70}{2}=65$ (点)
- 70 以上 80 未満：$\dfrac{70+80}{2}=75$ (点)
- 80 以上 90 未満：$\dfrac{80+90}{2}=85$ (点)
- 90 以上 100 未満：$\dfrac{90+100}{2}=95$ (点)

そして、それぞれの階級にふくまれる資料の個数を数えると、度数分布表は右のようになります。

点数（点）	階級値 (点)	人数
0 以上～10 未満	5	0
10 ～20	15	1
20 ～30	25	1
30 ～40	35	2
40 ～50	45	2
50 ～60	55	4
60 ～70	65	4
70 ～80	75	8
80 ～90	85	5
90 ～100	95	11
計		38

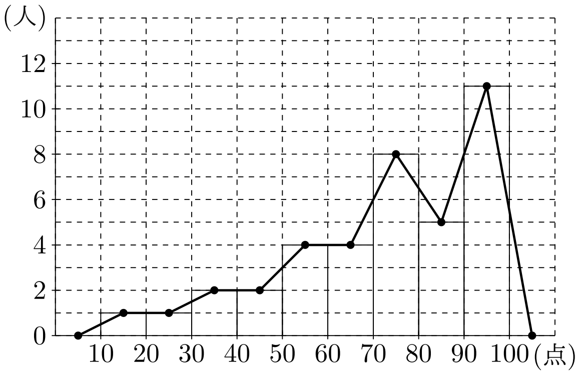
(2) すでにグラフの横軸には目盛りがふってありますが、横軸の目盛りは、階級の境界の数値にします。そして、(1) の度数分布表をもとに、それぞれの階級を横、縦を度数にした長方形をつくっていけば、次のようなヒストグラムをつくることができます。



(3) 度数折れ線は、まず、階級値と度数を組にした点を考えます。この例題では、度数分布表から次の 10 個の点が得られるので、これらの点を折れ線で結び度数折れ線をつくると右のようになります。

(5, 0), (15, 1), (25, 1), (35, 2), (45, 2),
(55, 4), (65, 4), (75, 8), (85, 5), (95, 11)

ただし、折れ線の両端が横軸と交わるようにするために、右端には「100 以上 110 未満」という階級があると考え、その階級値「105(点)」の示す点「(105, 0)」を追加して、折れ線をのばします。



この図からもわかるように、ヒストグラムのそれぞれの長方形の上の辺の中点を順に結ぶことで、度数折れ線をつくることもできます。そのときにも、折れ線の両端が横軸と交わるように、両端にもう 1 つずつ階級を考え、その階級値を示す点へ折れ線をのばす必要があります。

1.3 相対度数

ある階級の度数の、度数の合計（総度数）に対する割合を、その階級の**相対度数**といいます。つまり、相対度数は次の式で求めることができます。

$$(\text{相対度数}) = \frac{\text{ある階級の度数}}{\text{度数の合計（総度数）}}$$

相対度数を求めるとき、割り切れないことが多いので、四捨五入して適当なけた数にそろえますが、小数第3位を四捨五入して小数第2位までで表されることが多いので、問題の指示がない場合、小数第2位までで表しておけば問題ありません。

また、相対度数の分布を表す表を**相対度数分布表**といいます。

【例題1－3】

右の度数分布表について、次の各問いに答えなさい。

(1) 度数分布表から相対度数を計算して、空らんをうめなさい。

(2) 「160〜165」の階級にはいる人は全体の何％にあたりますか。

階級 (cm)	度数	相対度数
以上　未満		
135〜140	3	
140〜145	10	
145 〜150	14	
150 〜155	9	
155 〜160	5	
160 〜165	3	
165 〜170	1	
計	45	

＜解説＞

(1) 度数分布表から、度数の合計は「45」であることがわかるので、それぞれの階級の相対度数を計算し、空らんをうめると次のようになります。

① 135〜140

$$\frac{3}{45}(= 3 \div 45) = 0.066\cdots$$

② 140〜145

$$\frac{10}{45}(= 10 \div 45) = 0.222\cdots$$

③ 145〜150

$$\frac{14}{45}(= 14 \div 45) = 0.311\cdots$$

④ 150〜155

$$\frac{9}{45}(= 9 \div 45) = 0.2$$

階級 (cm)	度数	相対度数
以上　未満		
135〜140	3	0.07
140〜145	10	0.22
145 〜150	14	0.31
150 〜155	9	0.20
155 〜160	5	0.11
160 〜165	3	0.07
165 〜170	1	0.02
計	45	1.00

⑤ 155〜160　⑥ 160〜165　⑦ 165〜170

$\dfrac{5}{45}(=5\div45)=0.111\cdots$　$\dfrac{3}{45}(=3\div45)=0.066\cdots$　$\dfrac{1}{45}(=1\div45)=0.022\cdots$

この例題では、相対度数の合計がうまく「1」になりましたが、相対度数を四捨五入することで、相対度数の合計が「1」にならない場合があります。そのような場合には、相対度数をうまく調整して、相対度数の合計が「1」になるようにします。

(2) ある階級にはいる人数は「度数」が表しています。そして、ある階級にはいる人数の全体の人数に対する割合は「相対度数」が表しています。つまり、(1) から、「160〜165」の階級にはいる人は全体のおよそ 0.07 倍であることがわかるので、これを百分率にするために 100 をかければ、「160〜165」の階級にはいる人は全体の、

約 7 %

1.4　代表値

各資料の値全体を代表している、つまり、資料全体の特徴を表している数値のことを**代表値**といい、次の 3 つがあります。

(i) **平均値（平均）**

資料全体の数値の合計を、資料の全個数で割って得られる値で、次の式により求めることができます。

$$(\text{平均値}) = \frac{\text{資料のすべての数値の合計}}{\text{資料の全個数}}$$

また、度数分布表を利用するときには、次の式で平均値を求めます。

$$(\text{平均値}) = \frac{(\text{階級値} \times \text{度数})\text{ の合計}}{\text{度数の合計}}$$

(ii) **モード（最頻値）**

資料の値のうち現れる 頻 度が 最 も高い 値 のことで、**最頻値**ともいいます。度数分布表では、最も度数が高い階級の階級値がモードになります。

(iii) **メジアン（中央値）**

すべての資料をその値の大きさの順に並べたとき、中央 にあるものの 値 のことで、**中央値**ともいいます。度数の合計（資料の個数の合計）が偶数になるときは、中央に並ぶ 2 つの資料の値の平均値になります。

また、資料の値の最大値と最小値の差を**範囲（レンジ）**といい、資料のちらばっている幅を示します。

【例題 1 － 4】

次の資料は、ある中学校の生徒 50 人の体重を表しています。（単位は kg）

42	51	53	44	61	46	49	38	48	56
39	49	56	41	43	57	51	43	59	47
47	44	39	64	51	54	57	48	48	40
54	59	57	32	48	47	48	54	40	41
48	49	40	49	45	50	46	46	48	44

これらの資料について、次の各問いに答えなさい。

(1) 50 人の体重の範囲を求めなさい。

(2) いちばんはじめの階級を 30kg 以上 35kg 未満として、度数分布表をつくりなさい。

(3) (2) でつくった度数分布表から平均値を求めなさい。

(4) (2) でつくった度数分布表からモードを求めなさい。

(5) 50 人の体重のメジアンを求めなさい。

＜解説＞

資料の値を小さい順に並べると、次のような表を作ることができます。

順番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
体重	32	38	39	39	40	40	40	41	41	42	43	43	44	44	44
順番	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
体重	45	46	46	46	47	47	47	48	48	48	48	48	48	48	49
順番	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
体重	49	49	49	50	51	51	51	53	54	54	54	56	56	57	57
順番	46	47	48	49	50										
体重	57	59	59	61	64										

この表を作らないと問題が解けないというわけではありませんが、作っておくと問題が解きやすくなる場合もあるので、問題を解くときの時間にもよりますが、資料を整理するために、このような表も利用してみてください。

(1) 50 人の体重のうち最も大きなものは「64(kg)」、最も小さなものは「32(kg)」です。このことから、50 人の体重の範囲は、

$$
\begin{aligned}
(\text{範囲}) &= (\text{体重の最大値}) - (\text{体重の最小値}) \\
&= 64 - 32 = 32 \text{ (kg)}
\end{aligned}
$$

(2) はじめの階級が「30kg 以上 35kg 未満」にするので、階級の幅は 5kg になります。また、体重の最大値は「62(kg)」であったので、最後の階級は「60kg 以上 65kg 未満」にすればよいことになります。このことから、50 人の体重を整理すると、度数分布表は右のようになります。

体重 (kg)	人数
以上　未満	
30 ～35	1
35 ～40	3
40 ～45	11
45 ～50	18
50 ～55	8
55 ～60	7
60 ～65	2
計	50

(3) 度数分布表を利用して平均値を求めるので、階級値と「(階級値) × (度数)」の値が必要になります。そこで、(2) でつくった度数分布表にそれらの値を付け加えると右のようになります。この表から、(階級値)×(度数) の合計は「2415」で、度数の合計は「50」であることがわかるので、体重の平均値は

$$
\begin{aligned}
(\text{平均値}) &= \frac{(\text{階級値} \times \text{度数}) \text{ の合計}}{\text{度数の合計}} \\
&= \frac{2415}{50} = 48.3 \text{ (kg)}
\end{aligned}
$$

体重 (kg)	階級値	人数	(階級値) × (人数)
以上　未満			
30 ～35	32.5	1	32.5
35 ～40	37.5	3	112.5
40 ～45	42.5	11	467.5
45 ～50	47.5	18	855
50 ～55	52.5	8	420
55 ～60	57.5	7	402.5
60 ～65	62.5	2	125
計		50	2415

ちなみに、度数分布表からではなく、もとの資料から体重の平均値を求めると

$$
\begin{aligned}
(\text{平均値}) &= \frac{\text{資料のすべての数値の合計}}{\text{資料の全個数}} \\
&= \frac{32 + 38 + \cdots\cdots + 61 + 64}{50} \\
&= \frac{2410}{50} = 48.2\ (\mathrm{kg})
\end{aligned}
$$

のようになり、2 つの平均値は近い値になりますが異なります。どちらで平均を求めるのか注意しましょう。

(4) 度数分布表から、最も度数が高いのは、階級「45kg 以上 50kg 未満」の「18」になります。よって、その階級値がモードになるので、

47.5 (kg)

(5) 50 人と度数の合計が偶数になるので、中央に並ぶ 2 つの資料（25 番目と 26 番目）で考えます。資料の個数が多いのでメジアンを考えるのは大変ですが、ここで役に立つのが、先ほど作っておいた、資料の値を小さい順に並べた表です。表から、25 番目と 26 番目の資料は 2 つとも「48(kg)」であるので、その 2 つの平均ももちろん 48(kg) です。つまり、メジアンは、

48 (kg)

2　近似値と有効数字

2.1　近似値と誤差

概数、量を測定して得た**測定値**、四捨五入して得た値などのように、真の値に近いものとして用いられる値を**近似値**といいます。また、近似値から真の値を引いた値を、その近似値の**誤差**といいます。

【例題 2 − 1】

ある数 a の小数第 2 位未満を

(1) 四捨五入　　(2) 切り上げ　　(3) 切り捨て

をすると、3.8 になりました。このことから、それぞれ a の範囲を不等号を用いて表しなさい。

＜解説＞

(1) 小数第 2 位を四捨五入するとき、小数第 2 位が 4 以下である「0，1，2，3，4」のような数は切り捨てます。つまり、

$$3.80,\quad 3.81,\quad 3.82,\quad 3.83,\quad 3.84$$

などの数は、小数第 2 位を四捨五入すると 3.8 になります。
さらに、小数第 2 位が 5 以上である「5，6，7，8，9」のような数は切り上げます。切り上げるときには、小数第 2 位の上の位である小数第 1 位は 1 増えるので、あらかじめ小数第 1 位の数は、近似値の値よりも「1」減らしておく必要があります。つまり、

$$3.75,\quad 3.76,\quad 3.77,\quad 3.78,\quad 3.79$$

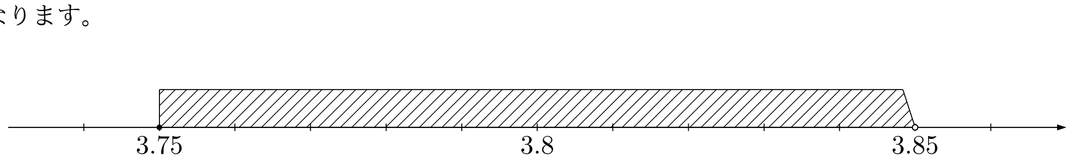
などの数は、小数第 2 位を四捨五入すると 3.8 になります。
しかし、小数第 2 位未満を四捨五入するとき、小数第 3 位以下の数はどのような数でもかまわないので、

$$3.75\cdots,\ 3.76\cdots,\ 3.77\cdots,\ 3.78\cdots,\ 3.79\cdots,\ 3.80\cdots,\ 3.81\cdots,\ 3.82\cdots,\ 3.83\cdots,\ 3.84\cdots$$

という数が、小数第 2 位未満を四捨五入して 3.8 になる数です。そのため、このような数で一番小さいものと一番大きいものは

一番小さい数 : 3.75,　　一番大きい数 : 3.8499999 $\cdots$

になります。



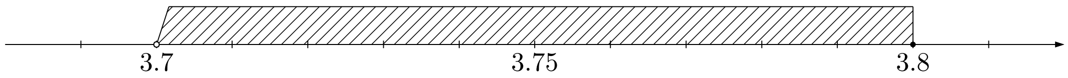
このような数 a を不等号を用いると、次のように表すことができます。

$$3.75 \leqq a < 3.85$$

(2) 小数第 2 位未満の数が 0 以外の数であれば切り上げて小数第 1 位の数が 1 増えます。そのような数で 3.8 になる数には

$$3.70\cdots,\ 3.71\cdots,\ 3.72\cdots,\ 3.73\cdots,\ 3.74\cdots,\ 3.75\cdots,\ 3.76\cdots,\ 3.77\cdots,\ 3.78\cdots,\ 3.79\cdots$$

があります。また、小数第 2 位未満が 0 であれば切り上げをせずにすむので、3.8 ももちろん小数第 2 位未満を切り上げて 3.8 になる数です。



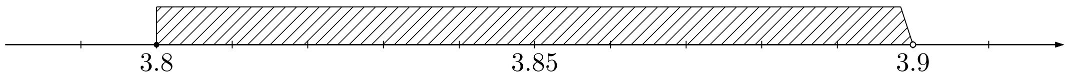
このような数 a を不等号を用いると、次のように表すことができます。

$$3.7 < a \leqq 3.8$$

(3) 小数第 2 位未満を切り捨てるとき、小数第 1 位までを残して、小数第 2 位未満の数をの数を 0 として切り捨ててしまいます。そのような数で 3.8 になるものには

$$3.80\cdots,\ 3.81\cdots,\ 3.82\cdots,\ 3.83\cdots,\ 3.84\cdots,\ 3.85\cdots,\ 3.86\cdots,\ 3.87\cdots,\ 3.88\cdots,\ 3.89\cdots$$

があります。また、3.8 は小数第 2 位未満が 0 であるので、切り捨てをしなくても 3.8 になる数です。



このような数 a を不等号を用いると、次のように表すことができます。

$$3.8 \leqq a < 3.9$$

2.2 有効数字の表し方

重さを量ったところ、測定値が次のようになった 2 つのおもりがあるとします。

① 3.8kg　　② 3.80kg

どちらも同じおもりのように感じますが、測定値は近似値の 1 つなので、それぞれ端数の部分を四捨五入して得られた値です。つまり、それぞれのおもりの真の値の範囲は次のようになっていて、その値を四捨五入することで得られたものになります。

① 3.8kg : $3.75 \leqq (\text{真の値}) < 3.85$　　② 3.80kg : $3.795 \leqq (\text{真の値}) < 3.805$

このように、同じように表された数値でも、その数値の持つ意味は異なり、測定値などの近似値において信頼のできる数字のことを、**有効数字**といいます。このとき、①の「3.8kg」は「有効数字 2 けた」、②の「3.80kg」は「有効数字 3 けた」の近似値になります。

しかし、測定値が「200g」のような表記では、

① 有効数字 1 けたのとき　　② 有効数字 2 けたのとき　　③ 有効数字 3 けたのとき

$150 \leqq (\text{真の値}) < 250$　　$195 \leqq (\text{真の値}) < 205$　　$199.5 \leqq (\text{真の値}) < 200.5$

のような場合が考えられ、どこまで測定してどこを四捨五入した値なのか判断できないので、有効数字が何けたなのかわかりません。そこで、有効数字をはっきりさせるために、次のように整数部分が 1 けたの小数と、10 の累乗、または 10 の累乗の逆数との積の形に表すことが多くあります。

① 有効数字 1 けたのとき　　② 有効数字 2 けたのとき　　③ 有効数字 3 けたのとき

2×10^2　　2.0×10^2　　2.00×10^2

小数の掛け算や割り算では、「×10」すると小数点は右に、「÷10」すると小数点は左に 1 つ動きます。

$$\begin{tikzcd} 1.234 \arrow[r, bend left, "\times 10"] & 12.34 \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & 123.4 \arrow[l, bend left, "\div 10"] \end{tikzcd}$$

そこで、近似値を有効数字がよくわかる書き方にするために、次の手順で行います。

(ｉ) 目的のけた数だけ有効数字をぬき出す。
(ii) ぬき出した数を整数部分が 1 けたの小数にする。
(iii) 元の数と同じになるように 10 の累乗、または 10 の累乗の逆数を掛ける。

【例題 2 － 2】

次の近似値を、かっこ内に示された数が有効数字のけた数として、整数部分が 1 けたの小数と 10 の累乗または、その逆数との積の形で表しなさい。

(1) 37 ［2］　　(2) 0.043 ［2］　　(3) 618000 ［4］

＜解説＞

(1) 与えられた数がすでに 2 けたの数なので、そのままぬき出し、その数を整数部分が 1 けたである小数にし

ます。

$\underline{37} \longrightarrow 3.7$

この「3.7」が元の「37」になるためには小数点を右に 1 つ動かす必要があります。つまり、「×10」すればよいので、

3.7×10

(2) 2 けたの有効数字をぬき出し、その数を整数部分が 1 けたである小数にします。

$0.0\underline{43} \longrightarrow 4.3$

この「4.3」が元の「0.043」になるためには小数点を左に 2 つ動かす必要があります。つまり、「÷10」を 2 回すればよいことになります。「÷10」をすることと「$\times\frac{1}{10}$」は同じことなので、「$\times\frac{1}{10}$」を 2 回行うと考えて、

$4.3 \times \dfrac{1}{10} \times \dfrac{1}{10} = 4.3 \times \dfrac{1}{10^2}$

(3) 4 けたの有効数字をぬき出し、その数を整数部分が 1 けたである小数にします。

$\underline{6180}00 \longrightarrow 6.180$

この「6.180」が「618000」になるためには小数点を右に 5 つ動かす必要があります。つまり、「×10」を 5 回行えばよいので、

$6.180 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 6.180 \times 10^5$