

増田数学のDNA  
(数学II いろいろな関数編)  
~2. 三角関数の基本のグラフ~

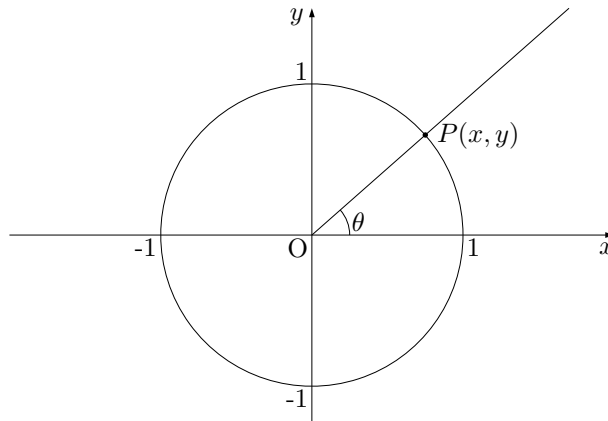
数学講師：増田昌俊

まなびの学園

<http://www.manabino-academy.com>

## 1 $y = \sin \theta$ のグラフ

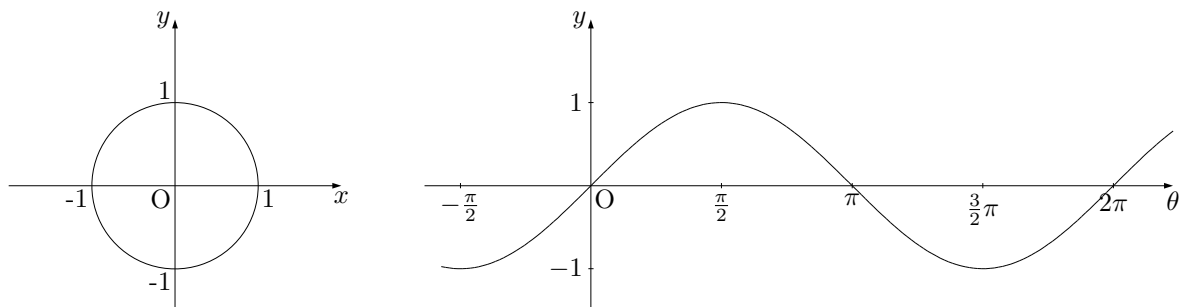
$xy$  平面上で原点  $O$  を基準点とし、 $x$  軸の正の部分を出発線として一般角  $\theta$  の動径をかき、単位円との交点を  $P(x, y)$  とします。



このようにすることにより、点  $P$  の  $y$  座標が、

$$y = \sin \theta$$

のように定義されたので、横軸に  $\theta$ 、縦軸に点  $P$  の  $y$  座標の値をとってグラフにすると、



のようにかくことができます。

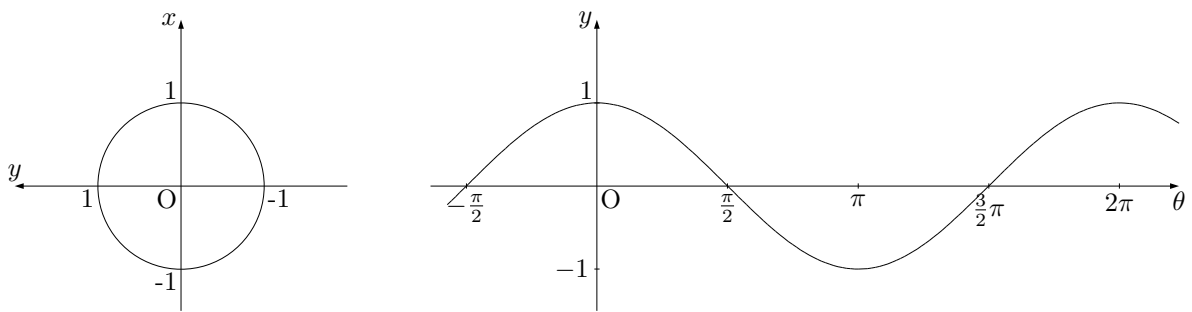
ここで、 $y = \sin \theta$  のグラフは、 $2\pi$  の間隔で同じ形の繰り返しになっているので、周期が  $2\pi$  であるといえます。

## 2 $y = \cos \theta$ のグラフ

$y = \sin \theta$  のグラフと同様にして、点  $P$  の  $x$  座標が

$$x = \cos \theta$$

のように定義されたので、横軸に  $\theta$ 、縦軸に点  $P$  の  $x$  座標の値をとってグラフにすると、



のようにかくことができます。

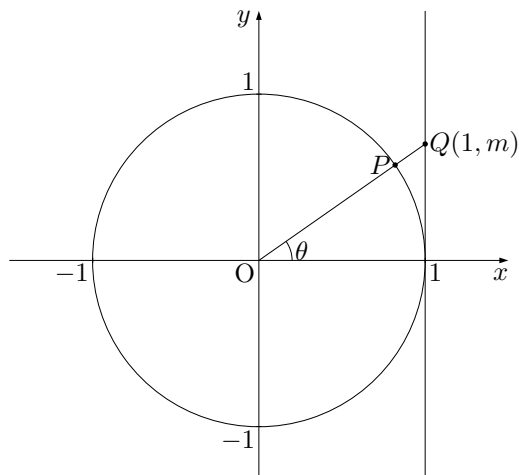
ここで、 $y = \cos \theta$  のグラフも  $2\pi$  の間隔で同じ形の繰り返しになっているので、周期が  $2\pi$  であるといえます。

### 3 $y = \tan \theta$ のグラフ

同様に考えると、

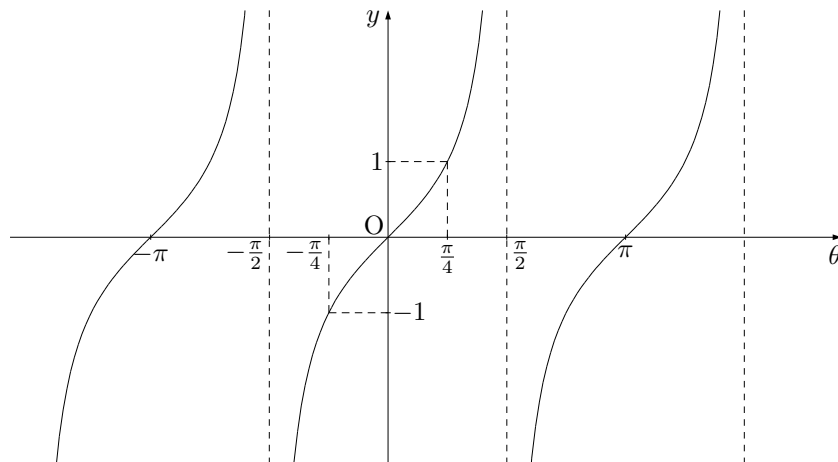
$$\frac{y}{x} = \tan \theta$$

と定義されたのですが、 $x$  と  $y$  という 2 つの変数が入っているので難しくなってしまいます。そこで、図のように  $x = 1$  と直線  $OP$  との交点を  $Q(1, m)$  とすると、



$$m = \tan \theta$$

とできるので、横軸に  $\theta$ 、縦軸に点  $Q$  の  $y$  座標の値をとってグラフにすると、



のようにかくことができます。

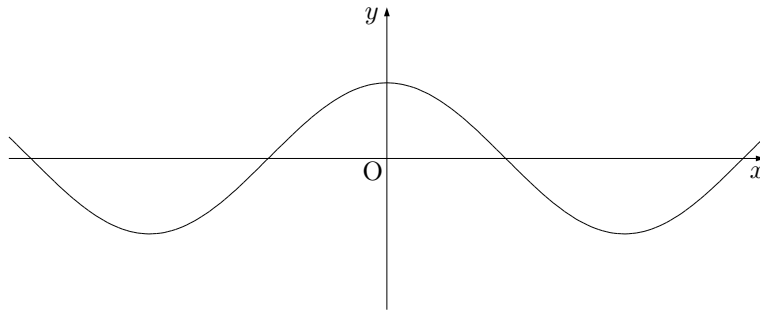
ここで、 $y = \tan \theta$  のグラフは  $\pi$  の間隔で同じ形の繰り返しになっているので、周期が  $\pi$  であるといえます。

## 4 偶関数・奇関数と周期関数

一般に、関数  $f(x)$  について、任意の  $x$  に対し、

$$f(-x) = f(x)$$

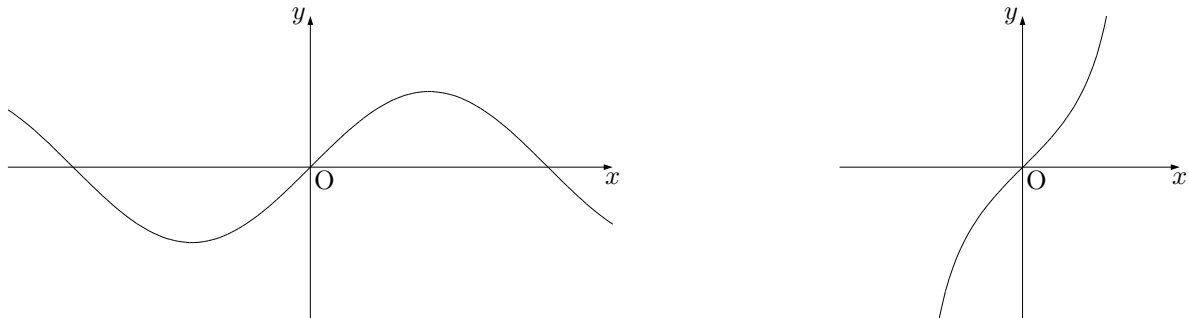
の関係が成り立つとき、 $f(x)$  を偶関数といい、そのグラフは  $y$  軸について対称になります。



また、

$$f(-x) = -f(x)$$

の関係が成り立つとき、 $f(x)$  を奇関数といい、そのグラフは原点について対称になります。



さらに、定数  $p$  (ただし、 $p \neq 0$ ) が存在し、

$$f(x+p) = f(x)$$

が成り立つとき、関数  $f(x)$  は、 $p$  を周期とする周期関数といいます。周期関数では、その正の周期のうち最小のものを、その周期関数の基本周期といい、基本周期のことを単に周期といたりします。